



Міністерство освіти і науки України  
Українська академія друкарства  
Кафедра прикладної математики і фізики

**Коляно Я.Ю. Пирч Н. М.**

**МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ  
ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ**  
*Індивідуальні домашні завдання*

Львів — 2022

Пирч Н.М. Математичні методи дослідження операцій: індивідуальні домашні завдання / Я.Ю. Коляно, Н. М. Пирч. — Львів: Українська академія друкарства, 2022. — 51 с.

*Затверджено на засіданні кафедри  
Прикладної математики і фізики  
Української академії друкарства  
(протокол № від лютого 2022 р.)*

***Відповідальний за випуск:***

**Піскозуб Й. З.,** докт. фіз-мат. наук, професор

© Укр. акад. друкарства, 2022

## Завдання № 1

Для виробництва двох видів продукції  $A$  та  $B$  на заводі використовують два види сировини та спеціальне обладнання. Запаси сировини двох видів, ліміт часу на використання обладнання, а також норми витрат сировини та часу на виготовлення одиниці кожного виду продукції  $A$ ,  $B$  та прибуток від їх реалізації наведено в таблиці. Знайти такий план випуску продукції, при якому прибуток заводу буде максимальним. Скласти математичну модель задачі і розв'язати її графічним методом.

1

Вид ресурсу	Норми витрат		Запаси
	$A$	$B$	
I	2	3	450
II	4	1	220
Час роботи обладнання	2	3	430
Прибуток від одиниці продукції	4	7	

2

Вид ресурсу	Норми витрат		Запаси
	$A$	$B$	
I	1	3	270
II	4	5	350
Час роботи обладнання	1	3	120
Прибуток від одиниці продукції	3	5	

3

Вид ресурсу	Норми витрат		Запаси
	$A$	$B$	
I	2	3	440
II	7	4	910
Час роботи обладнання	2	3	190
Прибуток від одиниці продукції	4	5	

4

Вид ресурсу	Норми витрат		Запаси
	$A$	$B$	
I	5	1	150
II	2	5	230
Час роботи обладнання	2	1	140
Прибуток від одиниці продукції	4	3	

5

Вид ресурсу	Норми витрат		Запаси
	$A$	$B$	
I	4	6	460
II	2	5	240
Час роботи обладнання	3	5	200
Прибуток від одиниці продукції	2	5	

6

Вид ресурсу	Норми витрат		Запаси
	$A$	$B$	
I	4	1	320
II	3	6	350
Час роботи обладнання	1	3	240
Прибуток від одиниці продукції	5	6	

7

Вид ресурсу	Норми витрат		Запаси
	A	B	
I	1	3	190
II	4	2	170
Час роботи обладнання	1	2	150
Прибуток від одиниці продукції	3	5	

8

Вид ресурсу	Норми витрат		Запаси
	A	B	
I	5	1	110
II	3	4	330
Час роботи обладнання	2	6	140
Прибуток від одиниці продукції	1	4	

9

Вид ресурсу	Норми витрат		Запаси
	A	B	
I	6	2	120
II	4	1	150
Час роботи обладнання	3	2	240
Прибуток від одиниці продукції	4	1	

10

Вид ресурсу	Норми витрат		Запаси
	A	B	
I	4	1	210
II	2	7	130
Час роботи обладнання	3	2	150
Прибуток від одиниці продукції	9	7	

11

Вид ресурсу	Норми витрат		Запаси
	A	B	
I	7	2	120
II	4	5	270
Час роботи обладнання	3	1	100
Прибуток від одиниці продукції	4	3	

12

Вид ресурсу	Норми витрат		Запаси
	A	B	
I	5	1	250
II	2	7	190
Час роботи обладнання	4	1	190
Прибуток від одиниці продукції	4	3	

13

Вид ресурсу	Норми витрат		Запаси
	A	B	
I	3	4	110
II	7	1	320
Час роботи обладнання	6	5	210
Прибуток від одиниці продукції	7	5	

14

Вид ресурсу	Норми витрат		Запаси
	A	B	
I	5	2	240
II	3	7	380
Час роботи обладнання	2	3	160
Прибуток від одиниці продукції	5	7	

15

Вид ресурсу	Норми витрат		Запаси
	<i>A</i>	<i>B</i>	
I	10	7	430
II	3	2	120
Час роботи обладнання	6	7	270
Прибуток від одиниці продукції	2	5	

16

Вид ресурсу	Норми витрат		Запаси
	<i>A</i>	<i>B</i>	
I	8	7	280
II	4	5	160
Час роботи обладнання	3	2	150
Прибуток від одиниці продукції	9	8	

17

Вид ресурсу	Норми витрат		Запаси
	<i>A</i>	<i>B</i>	
I	4	2	260
II	1	3	190
Час роботи обладнання	2	1	240
Прибуток від одиниці продукції	3	1	

18

Вид ресурсу	Норми витрат		Запаси
	<i>A</i>	<i>B</i>	
I	8	5	320
II	6	5	260
Час роботи обладнання	5	3	150
Прибуток від одиниці продукції	8	5	

19

Вид ресурсу	Норми витрат		Запаси
	<i>A</i>	<i>B</i>	
I	2	7	180
II	3	8	250
Час роботи обладнання	1	2	140
Прибуток від одиниці продукції	3	7	

20

Вид ресурсу	Норми витрат		Запаси
	<i>A</i>	<i>B</i>	
I	2	5	410
II	1	3	270
Час роботи обладнання	3	2	250
Прибуток від одиниці продукції	1	4	

21

Вид ресурсу	Норми витрат		Запаси
	<i>A</i>	<i>B</i>	
I	5	3	210
II	3	2	460
Час роботи обладнання	3	2	330
Прибуток від одиниці продукції	2	6	

22

Вид ресурсу	Норми витрат		Запаси
	<i>A</i>	<i>B</i>	
I	2	1	290
II	4	4	550
Час роботи обладнання	3	2	190
Прибуток від одиниці продукції	1	3	

23

Вид ресурсу	Норми витрат		Запаси
	A	B	
I	2	3	170
II	7	9	620
Час роботи обладнання	2	5	430
Прибуток від одиниці продукції	3	8	

24

Вид ресурсу	Норми витрат		Запаси
	A	B	
I	8	3	190
II	4	1	250
Час роботи обладнання	5	2	240
Прибуток від одиниці продукції	6	1	

25

Вид ресурсу	Норми витрат		Запаси
	A	B	
I	7	3	270
II	11	6	530
Час роботи обладнання	4	3	370
Прибуток від одиниці продукції	11	7	

26

Вид ресурсу	Норми витрат		Запаси
	A	B	
I	2	7	110
II	5	6	230
Час роботи обладнання	3	5	190
Прибуток від одиниці продукції	4	9	

27

Вид ресурсу	Норми витрат		Запаси
	A	B	
I	1	2	80
II	1	3	90
Час роботи обладнання	3	7	210
Прибуток від одиниці продукції	5	8	

28

Вид ресурсу	Норми витрат		Запаси
	A	B	
I	2	4	150
II	5	6	270
Час роботи обладнання	3	5	250
Прибуток від одиниці продукції	3	7	

29

Вид ресурсу	Норми витрат		Запаси
	A	B	
I	8	5	220
II	7	6	230
Час роботи обладнання	3	2	120
Прибуток від одиниці продукції	4	3	

30

Вид ресурсу	Норми витрат		Запаси
	A	B	
I	6	5	110
II	7	6	120
Час роботи обладнання	8	5	150
Прибуток від одиниці продукції	9	5	

## Завдання № 2

а) Розв'язати графічно і симплекс-методом задачі лінійного програмування за умови, що змінні  $x_1$  та  $x_2$  невід'ємні.

б) Записати двоїсту задачу та знайти її розв'язок, використовуючи теорему двоїстості.

**1**  $F = 3x_1 + x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 4 \\ 4x_1 - x_2 \geq 5 \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 13 \\ 3x_1 + x_2 \leq 24 \\ x_1 + 3x_2 \leq 24 \end{cases}$$

**2**  $F = 9x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq 2 \\ -x_1 + 5x_2 \geq 2 \\ 3x_1 - x_2 \leq 22 \\ 3x_1 + x_2 \geq 10 \\ 2x_1 + 5x_2 \leq 43 \end{cases}$$

**3**  $F = x_1 + 4x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 11 \\ -2x_1 + x_2 \leq 1 \\ 2x_1 + x_2 \leq 18 \\ x_1 - 4x_2 \leq 0 \\ -x_1 + 4x_2 \leq 18 \end{cases}$$

**4**  $F = 5x_1 + x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 5 \\ -2x_1 + 3x_2 \leq 7 \\ -x_1 + 5x_2 \geq 3 \\ x_1 + 4x_2 \leq 24 \\ 2x_1 - x_2 \leq 12 \end{cases}$$

**5**  $F = 2x_1 - 5x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 + 7x_2 \leq 59 \\ -x_1 + x_2 \leq 5 \\ 5x_1 + 3x_2 \geq 23 \\ 5x_1 - x_2 \leq 43 \\ -x_1 + 5x_2 \geq 1 \end{cases}$$

**6**  $F = -x_1 - 5x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 \leq 18 \\ x_1 + x_2 \geq 5 \\ 4x_1 - 3x_2 \leq 12 \\ -3x_1 + 2x_2 \leq 5 \\ 3x_1 + x_2 \leq 26 \end{cases}$$

**7**  $F = -x_1 + 9x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 11 \\ 3x_1 - x_2 \geq 0 \\ 3x_1 - x_2 \leq 11 \\ 4x_1 + x_2 \leq 24 \\ -x_1 + x_2 \leq 4 \end{cases}$$

**8**  $F = -4x_1 - 3x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 8 \\ -2x_1 + 3x_2 \leq 13 \\ 5x_1 - x_2 \leq 34 \\ 3x_1 + 5x_2 \geq 12 \\ x_1 + 4x_2 \leq 32 \end{cases}$$

**9**  $F = -3x_1 - 2x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -2x_1 + 5x_2 \leq 25 \\ x_1 + 5x_2 \geq 5 \\ 4x_1 + x_2 \leq 41 \\ x_1 - 5x_2 \leq 5 \\ x_1 + 2x_2 \leq 19 \end{cases}$$

**10**  $F = -2x_1 + x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 14 \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 8 \\ 3x_1 + x_2 \leq 24 \\ -2x_1 + 5x_2 \geq 1 \\ x_1 + 2x_2 \leq 18 \end{cases}$$

**11**  $F = -3x_1 - 2x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 \leq 43 \\ x_1 + 2x_2 \geq 9 \\ x_1 + 5x_2 \leq 47 \\ -x_1 + 3x_2 \geq 1 \\ 5x_1 - x_2 \geq 1 \end{cases}$$

**12**  $F = x_1 - x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 4x_1 + 5x_2 \geq 20 \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 12 \\ 3x_1 - x_2 \leq 20 \\ 2x_1 + 5x_2 \geq 36 \\ 4x_1 - x_2 \geq 6 \end{cases}$$

**13**  $F = -2x_1 - x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 9 \\ x_1 + x_2 \geq 3 \\ 4x_1 + x_2 \geq 9 \\ 3x_1 - x_2 \leq 12 \\ 6x_1 - 5x_2 \leq 60 \end{cases}$$

**14**  $F = -x_1 - 2x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 \geq 1 \\ -x_1 + 3x_2 \geq 8 \\ -x_1 + x_2 \geq 0 \\ -4x_1 + 3x_2 \leq 13 \\ 5x_1 + x_2 \leq 36 \end{cases}$$



**15**  $F = -3x_1 - x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 \leq 24 \\ 4x_1 - x_2 \geq 2 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 27 \\ -x_1 + x_2 \leq 4 \\ 2x_1 + 7x_2 \geq 16 \end{cases}$$

**16**  $F = -x_1 - 6x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -5x_1 + 2x_2 \leq 1 \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 6 \\ x_1 + 3x_2 \leq 27 \\ 4x_1 - x_2 \leq 17 \\ 4x_1 - 3x_2 \leq 1 \end{cases}$$

**17**  $F = 4x_1 - x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \geq 16 \\ x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 35 \\ -5x_1 + 4x_2 \leq 16 \\ 4x_1 + x_2 \leq 35 \end{cases}$$

**18**  $F = -x_1 - 4x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 6x_1 - x_2 \geq 5 \\ -x_1 + 4x_2 \geq 3 \\ x_1 + x_2 \leq 13 \\ -x_1 + 3x_2 \leq 19 \\ 2x_1 - x_2 \leq 8 \end{cases}$$

**19**  $F = x_1 - 2x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 \leq 2 \\ -2x_1 + x_2 \leq 3 \\ 4x_1 - x_2 \leq 19 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 28 \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 6 \end{cases}$$

**20**  $F = 5x_1 - 2x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 \leq 6 \\ x_1 + x_2 \geq 3 \\ x_1 + 5x_2 \leq 37 \\ 4x_1 + x_2 \leq 34 \\ 5x_1 - x_2 \geq 3 \end{cases}$$

**21**  $F = -2x_1 - 3x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -x_1 + 5x_2 \geq 1 \\ 2x_1 + x_2 \geq 9 \\ 5x_1 - 2x_2 \geq -20 \\ 5x_1 + x_2 \leq 47 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 36 \end{cases}$$

**22**  $F = -x_1 - 2x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \geq 9 \\ 2x_1 + x_2 \geq 4 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 21 \\ -x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ x_1 + 4x_2 \geq 9 \end{cases}$$

**23**  $F = -2x_1 - 3x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -x_1 + 5x_2 \geq 1 \\ 2x_1 + x_2 \geq 9 \\ 5x_1 - 2x_2 \geq -20 \\ 5x_1 + x_2 \leq 47 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 36 \end{cases}$$

**24**  $F = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -x_1 + 4x_2 \geq 1 \\ 3x_1 - x_2 \geq 8 \\ x_1 + 5x_2 \leq 36 \\ 3x_1 - 4x_2 \leq 13 \\ x_1 - x_2 \geq 0 \end{cases}$$

**25**  $F = -x_1 - 3x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -5x_1 + 3x_2 \leq 30 \\ -x_1 + 4x_2 \geq 2 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 27 \\ x_1 - x_2 \leq 4 \\ 7x_1 + 2x_2 \geq 16 \end{cases}$$

**26**  $F = -x_1 + 4x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \geq 16 \\ x_1 + 4x_2 \leq 35 \\ -4x_1 + x_2 \leq 12 \\ 4x_1 - 5x_2 \leq 16 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 35 \end{cases}$$

**27**  $F = -x_1 - 6x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 \leq 1 \\ x_1 + x_2 \geq 4 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 27 \\ -x_1 + 4x_2 \leq 17 \\ -x_1 + x_2 \leq 2 \end{cases}$$

**28**  $F = 4x_1 + x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -x_1 + 6x_2 \geq 5 \\ 4x_1 - x_2 \geq 3 \\ x_1 + x_2 \leq 13 \\ 3x_1 - x_2 \leq 19 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 8 \end{cases}$$

**29**  $F = -2x_1 + x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 \leq 2 \\ 3x_1 - 5x_2 \leq 15 \\ -x_1 + 4x_2 \leq 19 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 28 \\ 4x_1 + 3x_2 \geq 6 \end{cases}$$

**30**  $F = -2x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -5x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ x_1 + x_2 \geq 3 \\ 5x_1 + x_2 \leq 37 \\ x_1 + 4x_2 \leq 34 \\ -x_1 + 5x_2 \geq 3 \end{cases}$$

### Завдання № 3

Розв'язати задачу цілочисельного лінійного програмування за умови, що змінні  $x_1$  та  $x_2$  невід'ємні.

**1**  $F = 2x_1 - 5x_2 + x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_2 + 2x_3 \leq 11 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 \leq 7 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 \leq 13 \end{cases}$$

**2**  $F = 4x_1 + x_2 - 2x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 3x_2 + 3x_3 \leq 13 \\ 3x_1 - x_2 - 4x_3 \geq -6 \\ 2x_1 + 3x_3 \geq 7 \end{cases}$$

**3**  $F = -2x_1 - 3x_2 + 2x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 \geq -7 \\ 6x_1 + x_3 \leq 11 \\ 3x_2 + 2x_3 \leq 14 \end{cases}$$

**4**  $F = 3x_1 - x_2 + 2x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_2 + 6x_3 \leq 11 \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 14 \\ x_1 + 3x_3 \leq 7 \end{cases}$$

**5**  $F = -x_1 + 2x_2 - 3x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 7 \\ x_1 + 4x_2 - 2x_3 \leq 7 \\ 3x_2 + 6x_3 \leq 11 \end{cases}$$

**6**  $F = x_1 + 3x_2 - 4x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 6 \\ 3x_1 + 4x_3 \leq 13 \\ 6x_2 + 3x_3 \leq 11 \end{cases}$$

**7**  $F = -x_1 + 3x_2 - 4x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 13 \\ 3x_2 + 2x_3 \leq 7 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 \leq 6 \end{cases}$$

**8**  $F = -x_1 + 3x_2 - 3x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 4x_2 + 6x_3 \leq 13 \\ 2x_1 + 3x_3 \leq 11 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 \leq 6 \end{cases}$$

**9**  $F = -x_1 + x_2 + 4x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 5 \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 11 \\ 2x_1 + 6x_3 \leq 13 \end{cases}$$

**10**  $F = -2x_1 + 3x_2 - 4x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \leq 11 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 \leq 6 \\ x_2 + x_3 \leq 8 \end{cases}$$

**11**  $F = x_1 - 3x_2 - x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + x_3 \leq 6 \\ x_1 + 2x_2 \leq 5 \\ x_1 + x_3 \leq 6 \end{cases}$$

**12**  $F = 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_3 \leq 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 6 \\ 2x_1 + 3x_2 + \leq 7 \end{cases}$$

$$13 \quad F = -3x_1 + x_2 - x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 14 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 \leq 8 \\ x_2 + 6x_3 \leq 12 \end{cases}$$

$$15 \quad F = -4x_1 - x_2 + x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_3 \leq 7 \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 6 \\ 3x_2 + 2x_3 \leq 14 \end{cases}$$

$$17 \quad F = x_1 + 3x_2 - x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 6 \\ 3x_2 + 4x_3 \leq 13 \\ 2x_1 + x_3 \leq 11 \end{cases}$$

$$19 \quad F = 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 7 \\ 3x_2 + 4x_3 \leq 13 \\ 2x_1 + x_3 \leq 11 \end{cases}$$

$$21 \quad F = 3x_1 + x_2 - 3x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 8 \\ 2x_1 + x_2 \leq 5 \\ x_2 + x_3 \leq 7 \end{cases}$$

$$23 \quad F = -2x_1 + 3x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 13 \\ 4x_1 + 3x_3 \leq 12 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 6 \end{cases}$$

$$25 \quad F = 3x_1 - 2x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 4x_2 + 3x_3 \leq 5 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 \leq 3 \\ 3x_1 + x_2 \leq 6 \end{cases}$$

$$14 \quad F = -4x_1 - 2x_2 + x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 6 \\ 3x_2 + 2x_3 \leq 10 \\ 3x_1 + x_3 \leq 7 \end{cases}$$

$$16 \quad F = x_1 - 2x_2 + 4x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - 3x_3 \leq 6 \\ x_1 + x_2 \leq 5 \\ x_1 + x_3 \leq 4 \end{cases}$$

$$18 \quad F = -3x_1 + 3x_2 - x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 \leq 6 \\ 4x_2 + 3x_3 \leq 13 \end{cases}$$

$$20 \quad F = 3x_1 - 4x_2 - x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \leq 15 \\ 2x_1 + 3x_3 \leq 14 \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 \leq 5 \end{cases}$$

$$22 \quad F = 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 6 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 \leq 8 \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 14 \end{cases}$$

$$24 \quad F = 3x_1 - 2x_2 - x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_3 \leq 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 6 \\ x_1 + x_2 \leq 7 \end{cases}$$

$$26 \quad F = -x_1 - 3x_2 + 4x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 3x_2 + 4x_3 \leq 12 \\ x_1 + x_2 \leq 7 \\ -2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 7 \end{cases}$$

$$27 \quad F = -2x_1 + 5x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 \leq 6 \\ 2x_1 + 3x_3 \leq 15 \\ 5x_1 + 4x_2 \leq 14 \end{cases}$$

$$28 \quad F = -2x_1 - 4x_2 + 3x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_3 \leq 11 \\ -3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 4 \\ 2x_2 + x_3 \leq 5 \end{cases}$$

$$29 \quad F = -3x_1 + 2x_2 + 2x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 \leq 9 \\ 2x_1 + 3x_3 \leq 14 \\ x_2 + 6x_3 \leq 11 \end{cases}$$

$$30 \quad F = -4x_1 - x_2 + 2x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_3 \leq 11 \\ 3x_2 + 2x_3 \leq 7 \\ -2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 6 \end{cases}$$

### Завдання № 4

Побудувати початкові опорні плани транспортної задачі методами північно-західного кута та найменшої вартості. Вибравши один з побудованих планів, методом потенціалів знайти оптимальний план транспортної задачі

**1**

	120	270	340	150
130	4	6	2	3
290	1	5	3	4
260	3	4	1	7
200	6	5	4	2

**2**

	220	180	340	190
170	6	8	3	1
230	3	4	2	5
400	5	1	4	2
130	4	2	7	3

**3**

	110	150	120	270
130	4	1	7	3
160	5	2	8	4
200	2	4	3	1
160	1	5	4	6

**4**

	160	130	420	250
210	3	5	6	4
230	2	4	1	7
150	5	2	3	1
370	7	8	4	3

**5**

	170	240	190	240
180	3	4	1	5
210	6	7	4	8
250	2	6	3	4
200	4	5	2	3

**6**

	130	90	200	150
30	2	6	4	5
210	8	4	3	1
140	5	7	2	6
190	4	3	1	2

**7**

	170	220	310	250
160	3	4	1	5
190	1	2	6	7
340	4	6	7	3
260	5	1	2	4

**8**

	150	210	410	230
370	3	8	7	6
220	5	4	1	2
130	6	2	3	4
280	2	1	4	5

**9**

	270	290	150	380
190	4	5	3	2
320	3	6	1	5
230	2	7	4	6
350	1	4	2	3

**10**

	240	130	210	370
220	3	5	7	1
170	2	4	6	8
220	5	2	3	4
340	6	1	2	3

**11**

	210	170	240	220
270	6	4	2	1
150	3	2	5	4
310	2	6	3	2
110	4	7	6	3

**12**

	310	200	130	170
240	7	9	6	5
330	3	4	2	1
150	6	5	3	2
90	4	7	1	6

**13**

	190	260	230	390
110	7	5	4	2
410	5	4	2	1
170	3	6	1	4
380	2	1	6	3

**14**

	240	160	310	270
80	3	7	2	6
350	4	5	3	1
220	8	4	2	5
330	2	6	4	3

**15**

	320	130	350	230
430	4	7	2	6
170	3	2	1	7
290	8	3	4	5
140	2	6	3	4

**16**

	270	340	300	160
290	4	6	3	2
450	5	2	4	1
70	3	3	1	4
260	6	7	2	1

**17**

	340	170	290	160
230	4	2	7	3
190	1	5	3	6
310	2	7	8	4
230	5	1	2	7

**18**

	90	170	70	40
110	4	7	2	1
80	3	5	6	4
130	8	6	5	3
50	1	2	4	5

**19**

	250	270	120	300
200	5	7	8	4
240	4	6	2	1
170	3	9	1	3
330	6	2	3	5

**20**

	220	210	170	80
140	4	3	5	1
120	6	7	8	2
310	5	2	3	4
110	1	6	7	2

**21**

	230	450	330	120
280	3	4	7	5
240	1	2	6	4
300	5	7	3	1
310	2	3	4	6

**22**

	250	330	170	120
390	6	4	1	3
40	5	7	2	4
230	9	6	4	2
210	1	2	3	5

**23**

	230	250	170	320
420	3	4	7	6
140	5	1	2	4
70	6	2	3	5
340	4	3	4	1

**24**

	240	130	170	190
200	5	6	4	1
110	3	2	7	6
220	4	1	8	9
200	6	4	3	2

25

	140	30	90	110
120	4	8	1	5
70	7	3	6	2
80	5	2	4	1
100	3	4	5	6

26

	120	100	170	140
130	2	4	5	7
80	6	2	3	4
90	8	1	2	3
130	5	6	7	2

27

	90	60	130	110
80	4	2	7	9
70	5	4	1	3
100	2	7	9	5
140	6	8	4	6

28

	270	220	1700	190
200	2	8	6	5
280	4	1	5	3
130	3	6	4	1
240	4	5	3	2

29

	310	170	190	160
230	2	5	3	4
250	7	6	5	1
200	5	3	4	6
150	4	1	2	5

30

	130	230	180	210
140	8	9	5	4
260	5	2	6	3
110	3	4	5	6
240	1	3	7	8

### Завдання № 5

Розв'язати задачу про умовний екстремум функції  $F(x, y, z)$  при вказаних умовах

- а) звівши її до задачі про безумовний екстремум;  
 б) методом множників Лагранжа.

1.  $F(x, y, z) = x^2 + z^2 + 2xy - xz + x - 2y + 5$ ,  $x + 2z = 3$ ,  $3x - y = 4$

2.  $F(x, y, z) = y^2 - 2z^2 + 4xz - 3yz + 3x - 4$ ,  $y - 4z = 2$ ,  $x + y = z$

3.  $F(x, y, z) = x^2 + 3xz + 2yz + y - 1$ ,  $x - y = 1$ ,  $y + 3z = 1$

4.  $F(x, y, z) = x^2 - y^2 + z^2 + xz + 5z + 7$ ,  $x = y + z$ ,  $x - y = 1$



5.  $F(x, y, z) = x^2 + z^2 + 4xz - yz - 4y, x - 2z = 4, y = x + z$
6.  $F(x, y, z) = -y^2 + 2z^2 + 4xy + 6x + 2, y + 2z = 1, x + y + z = 0$
7.  $F(x, y, z) = z^2 + 6xy + 3xz + 5y + 6, 2x + z = 1, y - 3z = 2$
8.  $F(x, y, z) = x^2 + 4y^2 + 6xz + 4yz + 8y, 4y + z = 3, x - 2y = 1$
9.  $F(x, y, z) = x^2 - z^2 + 6xy + 2yz + 4z, 2x - y = 1, x = 4y + z$
10.  $F(x, y, z) = x^2 - y^2 - 8xz + z + 7, x = 2y - z, y + 2z = 1$
11.  $F(x, y, z) = y^2 + 2z^2 - 4xy + 4z + 3, x + z = y, 2y - z = 3$
12.  $F(x, y, z) = 4x^2 - z^2 + 2xy - 6xz + 2y, y = 2x - z, x + y = 2$
13.  $F(x, y, z) = x^2 - 3y^2 + 4yz + 5z + 2, x + 2y = 1, x - 2z = -1$
14.  $F(x, y, z) = x^2 - z^2 - 2xy + 4xz + 6y, 2x - z = 2, x + y + z = 0$
15.  $F(x, y, z) = 3y^2 - z^2 + 6xy + 2xz + 8x, x + 4z = 3, 2y - z = 1$
16.  $F(x, y, z) = x^2 - 2z^2 + 4xy + yz + x + 4y, y + 2z = 5, x - 3z = 1$
17.  $F(x, y, z) = x^2 - 2xz + 4yz + 6y + 1, x = y - 2z, y + z = 3$
18.  $F(x, y, z) = x^2 - 2y^2 + 4xz - 6yz + 2y + 1, x = y - z, 4y + z = 2$
19.  $F(x, y, z) = y^2 + z^2 + 2xy + 4xz + 3x, x - 2z = 3, 2y + z = 1$
20.  $F(x, y, z) = x^2 - z^2 + xy + 4xz + 7, x + 3y = 1, x - z = 2$
21.  $F(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 4xz - yz + 4z, x + y = z, y - 2z = 1$
22.  $F(x, y, z) = y^2 + z^2 + 4xy + 6z - 3, x = y - z, 2x + z = 1$
23.  $F(x, y, z) = x^2 + 2z^2 - 6xy + xz + 2z, y = x + z, z - 2x = 3$
24.  $F(x, y, z) = 2x^2 - y^2 + 4xz + 6yz + x, x - 2y = 1, y + z = -1$
25.  $F(x, y, z) = y^2 - 2xy + 6xz + 4x + 7, x + 3z = 1, x + y + z = 0$
26.  $F(x, y, z) = z^2 + 8xy - 6xz + 3y, 2y + z = 3, x = y + z$
27.  $F(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 6xy + 4z - 5, y + 2z = 4, x = y - z$
28.  $F(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 4xz - 6yz + 7, x - y + z = 0, y + 2z = 1$

29.  $F(x, y, z) = x^2 - z^2 + 4xy + yz - 2y + 1, x + 2z = 1, 2y - z = 3$

30.  $F(x, y, z) = x^2 + 4y^2 - 2xz - 6yz + 2x, 2x + z = 1, 2y - z = 3$

### Завдання № 6

Графічним методом знайти найбільше і найменше значення функції у області  $D$ .

1.  $F(x, y) = x^2 + y^2 - 18x - 20y + 165,$

$D: x + y \leq 12, 2x + y \geq 16, x + 2y \geq 2$

2.  $F(x, y) = x^2 + y^2 - 22x - 26y + 244,$

$D: x + 2y \geq 3, x + y \leq 11, 7x + 3y \geq 49$

3.  $F(x, y) = x^2 + y^2 - 16x - 24y + 208,$

$D: 2x + y \geq 4, x + y \leq 10, 2x + y \leq 16$

4.  $F(x, y) = x^2 + y^2 - 14x - 18y + 110,$

$D: x + y \leq 5.5, 2x + y \leq 8, 2x + y \leq 3$

5.  $F(x, y) = x^2 + y^2 - 12x - 20y + 140,$

$D: 2x + y \geq 2, x + y \leq 8, 3x + 4y \leq 27$

6.  $F(x, y) = x^2 + y^2 - 16x - 28y + 262,$

$D: 2x + 2y \leq 17, 2x + y \leq 12, 3x + 2y \geq 5$

7.  $F(x, y) = x^2 + y^2 - 20x - 22y + 220,$

$D: x + 2y \geq 2, 2x + y \leq 16, x + y \leq 12$

8.  $F(x, y) = x^2 + y^2 - 16x - 20y + 160,$

$D: x + y \leq 9, 5x + 2y \leq 35, x + y \geq 2$

9.  $F(x, y) = x^2 + y^2 - 14x - 12y + 74,$

$D: 2x + y \geq 2, 2x + y \leq 8, x + y \leq 5$

10.  $F(x, y) = x^2 + y^2 - 18x - 22y + 201,$

- D:*  $x + y \geq 2$ ,  $5x + 2y \leq 36$ ,  $x + y \leq 9$
- 11.**  $F(x, y) = x^2 + y^2 - 12x - 16y + 99$ ,  
*D:*  $x + y \leq 6$ ,  $3x + y \leq 15$ ,  $x + 2y \geq 1$
- 12.**  $F(x, y) = x^2 + y^2 - 18x - 24y + 220$ ,  
*D:*  $x + y \leq 9.5$ ,  $2x + y \leq 14$ ,  $x + 3y \geq 4$
- 13.**  $F(x, y) = x^2 + y^2 - 16x - 18y + 120$ ,  
*D:*  $x + y \leq 7$ ,  $x + y \leq 1$ ,  $2x + y \leq 11$
- 14.**  $F(x, y) = x^2 + y^2 - 14x - 16y + 110$ ,  
*D:*  $2x + y \leq 10$ ,  $x + y \leq 6$ ,  $x + 2y \geq 2$
- 15.**  $F(x, y) = x^2 + y^2 - 12x - 18y + 120$ ,  
*D:*  $2x + 2y \leq 15$ ,  $2x + y \leq 12$ ,  $x + 4y \geq 2$
- 16.**  $F(x, y) = x^2 + y^2 - 16x - 14y + 112$ ,  
*D:*  $2x + y \leq 10$ ,  $x + 2y \leq 4$ ,  $x + y \leq 6$
- 17.**  $F(x, y) = x^2 + y^2 - 14x - 22y + 165$ ,  
*D:*  $x + y \leq 10$ ,  $2x + y \leq 16$ ,  $2x + y \geq 4$
- 18.**  $F(x, y) = x^2 + y^2 - 12x - 22y + 160$ ,  
*D:*  $2x + 2y \leq 150$ ,  $2x + 3y \geq 4$ ,  $5x + 3y \leq 30$
- 19.**  $F(x, y) = x^2 + y^2 - 16x - 14y + 110$ ,  
*D:*  $x + y \leq 6$ ,  $2x + y \leq 10$ ,  $x + 2y \geq 2$
- 20.**  $F(x, y) = x^2 + y^2 - 20x - 22y + 225$ ,  
*D:*  $2x + 2y \leq 19$ ,  $x + y \geq 4$ ,  $2x + y \leq 14$
- 21.**  $F(x, y) = x^2 + y^2 - 18x - 16y + 140$ ,  
*D:*  $x + y \leq 7$ ,  $2x + y \leq 11$ ,  $x + y \geq 1$
- 22.**  $F(x, y) = x^2 + y^2 - 18x - 28y + 270$ ,  
*D:*  $3x + 2y \geq 5$ ,  $2x + 2y \leq 17$ ,  $2x + y \leq 12$

23.  $F(x, y) = x^2 + y^2 - 12x - 10y + 63,$

$D: x + y \leq 5, 2x + y \leq 8, 2x + y \geq 2$

24.  $F(x, y) = x^2 + y^2 - 14x - 24y + 189,$

$D: 2x + 3y \geq 4, 2x + 2y \leq 15, 5x + 3y \leq 30$

25.  $F(x, y) = x^2 + y^2 - 14x - 12y + 75,$

$D: x + y \leq 6, 2x + y \leq 10, 2x + y \geq 4$

26.  $F(x, y) = x^2 + y^2 - 14x - 18y + 141,$

$D: x + 2y \geq 1, 2x + 2y \leq 13, 3x + y \leq 15$

27.  $F(x, y) = x^2 + y^2 - 10x - 18y + 103,$

$D: x + y \leq 8, 3x + 4y \leq 27, x + 2y \geq 2$

28.  $F(x, y) = x^2 + y^2 - 18x - 20y + 171,$

$D: 2x + 2y \geq 3, x + y \leq 5.5, 2x + y \leq 8$

29.  $F(x, y) = x^2 + y^2 - 20x - 24y + 240,$

$D: x + y \leq 11, 7x + 3y \leq 49, x + 2y \geq 3$

30.  $F(x, y) = x^2 + y^2 - 14x - 20y + 151,$

$D: x + y \leq 7.5, x + 4y \geq 2, 2x + y \leq 12$

### Завдання № 7

Літак вантажопідйомністю  $W$  (ум. од. ваги) виконує комерційні перевезення вантажів трьох видів. Вага і вартість одиниці вантажу кожного виду відповідно дорівнюють  $p_1, p_2, p_3$  (ум. од. ваги) і  $c_1, c_2, c_3$  (ум. од. вартості). Знайти оптимальний план завантаження літака, щоб вартість вантажу була найбільшою.

	$W$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$c_1$	$c_2$	$c_3$
<b>1</b>	2.1	0.6	1.8	0.3	25	11	13

<b>2</b>	4.2	0.6	3.6	0.6	6	45	8
<b>3</b>	33.4	14.4	4.8	4.8	52	15	16
<b>4</b>	3.5	1.5	2	0.5	26	29	9
<b>5</b>	7	2	3	1	14	71	5
<b>6</b>	19	14	12	3	72	83	14
<b>7</b>	18	16	8	3	62	44	18
<b>8</b>	9	6	2.5	1.3	10	85	45
<b>9</b>	13	5	4	2	9	6	10
<b>10</b>	11	3	1.5	1.5	48	12	12
<b>11</b>	14	10	12	2	91	57	20
<b>12</b>	32	11	19	24	20	50	10
<b>13</b>	21	3	9	4	13	46	9
<b>14</b>	14	2	8	2	16	18	42
<b>15</b>	19	14	8	3	57	61	19
<b>16</b>	1	0.45	0.85	0.15	95	140	33
<b>17</b>	10	8.5	5.5	1.5	70	72	11
<b>18</b>	3.5	1	2	0.5	28	72	8
<b>19</b>	11	9.5	3.2	1.6	35	49	24
<b>20</b>	12	10.2	8.5	1.8	85	120	20
<b>21</b>	12	7	3.5	1.8	60	65	25
<b>22</b>	50	12.5	18.5	6	18	35	24
<b>23</b>	22.5	16	3	3.5	50	6	5
<b>24</b>	39	32	6	5.5	52	7	9
<b>25</b>	1.4	0.4	1	0.2	30	44	11
<b>26</b>	1.8	1	1.25	0.25	11	49	8
<b>27</b>	3.5	0.5	1	0.5	48	100	40
<b>28</b>	1.8	1	1.5	1.25	80	54	7
<b>29</b>	1.4	0.2	1	0.2	5	6	42
<b>30</b>	5.8	2.5	4.1	0.85	45	52	15

### Завдання № 8

У два підприємства протягом чотирьох років заплановано інвестувати  $S$  умовних одиниць. Якщо в перше підприємство вкласти  $x$  умовних одиниць коштів, то наприкінці цього ж року можна отримати прибуток  $f(x)$  умовних одиниць, причому на наступний рік можна буде скористатися для подальшого інвестування коштами в сумі  $\alpha(x)$ . Якщо аналогічну суму інвестувати в друге підприємство, то наприкінці року можна отримати прибуток  $g(x)$  умовних одиниць, причому на наступний рік можна буде скористатися для подальшого інвестування коштами в сумі  $\beta(x)$ . Як потрібно розподілити кошти між підприємствами, щоб за чотири роки діяльності отримати максимальний прибуток?

	$S$	$f(x)$	$g(x)$	$\alpha(x)$	$\beta(x)$
<b>1</b>	1100000	$0.5x$	$0.6x$	$0.7x$	$0.4x$
<b>2</b>	800000	$0.7x$	$0.6x$	$0.3x$	$0.5x$
<b>3</b>	900000	$0.7x$	$0.5x$	$0.5x$	$0.6x$
<b>4</b>	1200000	$0.4x$	$0.6x$	$0.7x$	$0.4x$
<b>5</b>	1100000	$0.7x$	$0.8x$	$0.4x$	$0.3x$
<b>6</b>	1000000	$0.6x$	$0.7x$	$0.6x$	$0.4x$
<b>7</b>	800000	$0.7x$	$0.6x$	$0.3x$	$0.5x$
<b>8</b>	900000	$0.4x$	$0.7x$	$0.6x$	$0.3x$
<b>9</b>	1200000	$0.8x$	$0.6x$	$0.4x$	$0.7x$
<b>10</b>	1100000	$0.4x$	$0.6x$	$0.8x$	$0.5x$
<b>11</b>	1000000	$0.7x$	$0.8x$	$0.5x$	$0.3x$
<b>12</b>	800000	$0.6x$	$0.7x$	$0.6x$	$0.4x$
<b>13</b>	900000	$0.7x$	$0.6x$	$0.3x$	$0.5x$
<b>14</b>	1200000	$0.5x$	$0.7x$	$0.6x$	$0.3x$

<b>15</b>	1100000	$0.8x$	$0.5x$	$0.3x$	$0.7x$
<b>16</b>	700000	$0.6x$	$0.7x$	$0.6x$	$0.5x$
<b>17</b>	800000	$0.8x$	$0.6x$	$0.3x$	$0.4x$
<b>18</b>	700000	$0.6x$	$0.7x$	$0.6x$	$0.4x$
<b>19</b>	900000	$0.7x$	$0.6x$	$0.3x$	$0.5x$
<b>20</b>	1000000	$0.5x$	$0.4x$	$0.6x$	$0.7x$
<b>21</b>	700000	$0.7x$	$0.6x$	$0.4x$	$0.6x$
<b>22</b>	900000	$0.6x$	$0.8x$	$0.5x$	$0.3x$
<b>23</b>	1100000	$0.5x$	$0.4x$	$0.5x$	$0.7x$
<b>24</b>	700000	$0.8x$	$0.6x$	$0.4x$	$0.5x$
<b>25</b>	1000000	$0.6x$	$0.8x$	$0.5x$	$0.3x$
<b>26</b>	1100000	$0.4x$	$0.6x$	$0.7x$	$0.4x$
<b>27</b>	800000	$0.6x$	$0.7x$	$0.6x$	$0.5x$
<b>28</b>	900000	$0.5x$	$0.4x$	$0.5x$	$0.7x$
<b>29</b>	1000000	$0.8x$	$0.5x$	$0.4x$	$0.7x$
<b>30</b>	1200000	$0.6x$	$0.5x$	$0.5x$	$0.8x$

### Завдання № 9

Задано матричну гру.

- а) Виконати спрощення гри.
- б) Розв'язати спрощену гру графічним методом.
- в) Розв'язати спрощену гру симплекс-методом.

$$\begin{array}{ccc}
 \mathbf{1} & \begin{pmatrix} 2 & 8 & 8 \\ 6 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} & \mathbf{2} & \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 5 & 5 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} & \mathbf{3} & \begin{pmatrix} 9 & 7 & 1 \\ 6 & 5 & 8 \\ 3 & 0 & 6 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

$$\mathbf{4} \quad \begin{pmatrix} 5 & 2 & 4 \\ 4 & 3 & 1 \\ 6 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{5} \quad \begin{pmatrix} 3 & 3 & 4 \\ 6 & 8 & 9 \\ 7 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{6} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 5 \\ 4 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{7} \quad \begin{pmatrix} 9 & 5 & 7 \\ 8 & 6 & 4 \\ 7 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{8} \quad \begin{pmatrix} 6 & 4 & 6 \\ 5 & 7 & 7 \\ 4 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{9} \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{10} \quad \begin{pmatrix} 7 & 3 & 3 \\ 5 & 4 & 8 \\ 6 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{11} \quad \begin{pmatrix} 6 & 4 & 5 \\ 9 & 8 & 6 \\ 8 & 7 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{12} \quad \begin{pmatrix} 3 & 3 & 4 \\ 6 & 5 & 7 \\ 9 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{13} \quad \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 6 & 3 & 1 \\ 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{14} \quad \begin{pmatrix} 7 & 1 & 4 \\ 6 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{15} \quad \begin{pmatrix} 4 & 5 & 8 \\ 8 & 6 & 9 \\ 5 & 7 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{16} \quad \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 5 & 3 & 3 \\ 2 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{17} \quad \begin{pmatrix} 7 & 6 & 2 \\ 8 & 1 & 5 \\ 9 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{18} \quad \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 4 & 6 & 8 \\ 7 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{19} \quad \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 3 & 2 & 6 \\ 9 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{20} \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 4 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{21} \quad \begin{pmatrix} 4 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 5 \\ 3 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{22} \quad \begin{pmatrix} 3 & 8 & 9 \\ 9 & 6 & 8 \\ 2 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{23} \quad \begin{pmatrix} 7 & 2 & 5 \\ 8 & 6 & 4 \\ 6 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{24} \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 2 & 7 & 8 \\ 1 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$



$$25 \begin{pmatrix} 3 & 8 & 8 \\ 6 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

$$26 \begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$27 \begin{pmatrix} 6 & 2 & 3 \\ 4 & 8 & 9 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$28 \begin{pmatrix} 6 & 1 & 3 \\ 7 & 5 & 3 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$29 \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 6 & 5 & 3 \\ 7 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$30 \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 5 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

### Завдання № 10

Маємо гру з природою, в якій є чотири стратегії гравця і п'ять станів природи. Обрати найкращі альтернативи за критеріями Вальда, Сервіджа та Гурвіца при значенні коефіцієнту песимізму  $\lambda = 0.2$ .

$$1 \begin{pmatrix} 3 & 4 & 10 & 5 & 2 \\ 9 & 6 & 4 & 2 & 5 \\ 1 & 7 & 12 & 3 & 4 \\ 5 & 3 & 1 & 5 & 11 \end{pmatrix}$$

$$2 \begin{pmatrix} 2 & 12 & 4 & 11 & 6 \\ 3 & 8 & 2 & 1 & 8 \\ 7 & 4 & 6 & 2 & 4 \\ 5 & 1 & 2 & 9 & 7 \end{pmatrix}$$

$$3 \begin{pmatrix} 6 & 2 & 7 & 5 & 1 \\ 8 & 9 & 3 & 4 & 6 \\ 4 & 5 & 8 & 2 & 7 \\ 2 & 1 & 11 & 10 & 6 \end{pmatrix}$$

$$4 \begin{pmatrix} 7 & 1 & 5 & 4 & 9 \\ 5 & 4 & 3 & 8 & 6 \\ 3 & 5 & 1 & 9 & 10 \\ 6 & 4 & 2 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$5 \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 & 7 & 6 \\ 8 & 10 & 5 & 4 & 8 \\ 3 & 7 & 6 & 1 & 4 \\ 5 & 8 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$6 \begin{pmatrix} 5 & 7 & 2 & 9 & 11 \\ 4 & 8 & 6 & 3 & 12 \\ 7 & 3 & 4 & 5 & 3 \\ 9 & 4 & 5 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{7} \quad \begin{pmatrix} 8 & 3 & 10 & 9 & 5 \\ 7 & 6 & 4 & 8 & 6 \\ 2 & 11 & 3 & 2 & 5 \\ 1 & 8 & 5 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{8} \quad \begin{pmatrix} 6 & 2 & 9 & 5 & 8 \\ 7 & 6 & 4 & 2 & 3 \\ 11 & 4 & 5 & 1 & 7 \\ 6 & 8 & 3 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{9} \quad \begin{pmatrix} 7 & 4 & 5 & 2 & 9 \\ 11 & 3 & 6 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 4 & 12 & 3 \\ 6 & 4 & 7 & 8 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{10} \quad \begin{pmatrix} 5 & 2 & 8 & 6 & 2 \\ 9 & 4 & 7 & 8 & 3 \\ 3 & 1 & 4 & 6 & 5 \\ 2 & 8 & 4 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{11} \quad \begin{pmatrix} 4 & 8 & 5 & 4 & 7 \\ 8 & 9 & 2 & 5 & 11 \\ 2 & 5 & 16 & 10 & 3 \\ 4 & 1 & 7 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{12} \quad \begin{pmatrix} 5 & 8 & 6 & 3 & 4 \\ 9 & 3 & 2 & 1 & 8 \\ 6 & 4 & 5 & 3 & 2 \\ 7 & 8 & 4 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{13} \quad \begin{pmatrix} 6 & 3 & 5 & 2 & 7 \\ 8 & 5 & 2 & 7 & 6 \\ 2 & 4 & 1 & 8 & 5 \\ 1 & 6 & 3 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{14} \quad \begin{pmatrix} 4 & 8 & 6 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 3 & 7 & 2 \\ 5 & 6 & 1 & 4 & 3 \\ 7 & 5 & 4 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{15} \quad \begin{pmatrix} 6 & 2 & 11 & 7 & 9 \\ 4 & 10 & 8 & 6 & 5 \\ 7 & 4 & 2 & 8 & 4 \\ 5 & 9 & 1 & 12 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{16} \quad \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 & 8 & 4 \\ 9 & 2 & 4 & 2 & 1 \\ 6 & 8 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 5 & 3 & 9 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{17} \quad \begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 & 6 & 2 \\ 9 & 10 & 2 & 4 & 7 \\ 5 & 13 & 6 & 2 & 8 \\ 4 & 7 & 4 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{18} \quad \begin{pmatrix} 4 & 8 & 6 & 10 & 3 \\ 6 & 7 & 9 & 5 & 8 \\ 5 & 2 & 3 & 8 & 4 \\ 2 & 9 & 5 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{19} \quad \begin{pmatrix} 9 & 10 & 4 & 2 & 3 \\ 6 & 4 & 8 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 6 & 2 & 8 \\ 5 & 4 & 9 & 11 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{20} \quad \begin{pmatrix} 6 & 9 & 2 & 8 & 7 \\ 11 & 5 & 4 & 1 & 3 \\ 9 & 6 & 5 & 3 & 2 \\ 8 & 10 & 1 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{21} \quad \begin{pmatrix} 3 & 8 & 5 & 2 & 6 \\ 7 & 4 & 8 & 3 & 2 \\ 6 & 5 & 2 & 1 & 7 \\ 2 & 4 & 7 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{22} \quad \begin{pmatrix} 7 & 8 & 4 & 2 & 5 \\ 3 & 6 & 5 & 8 & 4 \\ 5 & 4 & 2 & 6 & 9 \\ 3 & 9 & 4 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{23} \quad \begin{pmatrix} 6 & 9 & 3 & 4 & 2 \\ 7 & 4 & 8 & 6 & 9 \\ 3 & 1 & 4 & 8 & 10 \\ 4 & 2 & 1 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{24} \quad \begin{pmatrix} 7 & 3 & 9 & 4 & 5 \\ 3 & 6 & 4 & 2 & 8 \\ 6 & 8 & 1 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & 4 & 7 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{25} \quad \begin{pmatrix} 6 & 2 & 7 & 5 & 4 \\ 1 & 8 & 10 & 9 & 5 \\ 9 & 6 & 5 & 4 & 7 \\ 2 & 8 & 7 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{26} \quad \begin{pmatrix} 4 & 7 & 5 & 6 & 11 \\ 12 & 3 & 5 & 4 & 8 \\ 5 & 1 & 7 & 5 & 6 \\ 4 & 2 & 6 & 8 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{27} \quad \begin{pmatrix} 5 & 8 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 7 & 6 & 5 \\ 2 & 5 & 3 & 4 & 1 \\ 4 & 6 & 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{28} \quad \begin{pmatrix} 4 & 7 & 2 & 8 & 3 \\ 5 & 1 & 8 & 2 & 6 \\ 7 & 6 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{29} \quad \begin{pmatrix} 11 & 3 & 7 & 6 & 5 \\ 1 & 4 & 2 & 9 & 3 \\ 2 & 3 & 6 & 1 & 7 \\ 4 & 1 & 5 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{30} \quad \begin{pmatrix} 2 & 7 & 4 & 3 & 1 \\ 5 & 6 & 8 & 2 & 7 \\ 4 & 9 & 2 & 5 & 6 \\ 2 & 8 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

## Завдання № 11

Знайти розв'язок задачі про призначення, яку задано матрицею вартості  $C$ .

$$\mathbf{1} \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 & 7 \\ 5 & 1 & 2 & 6 \\ 11 & 8 & 10 & 9 \\ 5 & 6 & 7 & 12 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{2} \quad \begin{pmatrix} 5 & 9 & 4 & 4 \\ 2 & 7 & 8 & 6 \\ 10 & 9 & 6 & 5 \\ 4 & 7 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{3} \quad \begin{pmatrix} 8 & 5 & 12 & 8 \\ 3 & 4 & 7 & 2 \\ 6 & 9 & 10 & 4 \\ 5 & 7 & 8 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{4} \quad \begin{pmatrix} 4 & 8 & 5 & 6 \\ 1 & 5 & 8 & 9 \\ 7 & 11 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{5} \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 2 \\ 4 & 5 & 2 & 6 \\ 8 & 10 & 7 & 11 \\ 6 & 9 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{6} \quad \begin{pmatrix} 5 & 1 & 6 & 4 \\ 4 & 12 & 11 & 5 \\ 6 & 8 & 8 & 1 \\ 3 & 4 & 9 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{7} \quad \begin{pmatrix} 3 & 6 & 9 & 10 \\ 5 & 4 & 2 & 1 \\ 8 & 4 & 9 & 10 \\ 7 & 8 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{8} \quad \begin{pmatrix} 9 & 4 & 7 & 8 \\ 6 & 1 & 4 & 5 \\ 2 & 11 & 10 & 8 \\ 9 & 7 & 8 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{9} \quad \begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 & 8 \\ 4 & 7 & 6 & 3 \\ 2 & 8 & 1 & 10 \\ 6 & 9 & 3 & 12 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{10} \quad \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 & 6 \\ 3 & 7 & 8 & 4 \\ 5 & 10 & 3 & 2 \\ 2 & 7 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{11} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 6 & 1 \\ 10 & 4 & 3 & 11 \\ 5 & 3 & 7 & 2 \\ 8 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{12} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 & 7 \\ 5 & 4 & 8 & 2 \\ 10 & 9 & 7 & 8 \\ 3 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{13} \begin{pmatrix} 5 & 7 & 10 & 9 \\ 8 & 4 & 6 & 5 \\ 9 & 3 & 5 & 2 \\ 4 & 5 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{14} \begin{pmatrix} 4 & 8 & 5 & 3 \\ 5 & 2 & 8 & 1 \\ 8 & 3 & 2 & 5 \\ 6 & 4 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{15} \begin{pmatrix} 7 & 4 & 5 & 2 \\ 6 & 2 & 3 & 1 \\ 4 & 8 & 2 & 6 \\ 2 & 1 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{16} \begin{pmatrix} 5 & 3 & 8 & 6 \\ 4 & 1 & 7 & 5 \\ 2 & 4 & 6 & 2 \\ 9 & 7 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{17} \begin{pmatrix} 6 & 2 & 4 & 1 \\ 8 & 7 & 5 & 4 \\ 2 & 6 & 3 & 5 \\ 1 & 7 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{18} \begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 & 2 \\ 9 & 6 & 7 & 1 \\ 6 & 4 & 8 & 4 \\ 2 & 7 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{19} \begin{pmatrix} 6 & 2 & 7 & 5 \\ 4 & 1 & 5 & 3 \\ 2 & 6 & 1 & 7 \\ 8 & 9 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{20} \begin{pmatrix} 7 & 8 & 4 & 2 \\ 9 & 5 & 8 & 6 \\ 8 & 6 & 5 & 3 \\ 2 & 4 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{21} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 6 & 3 \\ 7 & 8 & 4 & 5 \\ 1 & 6 & 3 & 2 \\ 3 & 5 & 10 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{22} \begin{pmatrix} 8 & 6 & 1 & 4 \\ 5 & 2 & 3 & 6 \\ 8 & 7 & 4 & 5 \\ 2 & 6 & 9 & 1 \end{pmatrix}$$

$$23 \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 6 & 4 \\ 9 & 8 & 5 & 2 \\ 7 & 6 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$24 \begin{pmatrix} 3 & 7 & 4 & 2 \\ 9 & 6 & 1 & 5 \\ 3 & 4 & 2 & 6 \\ 8 & 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

$$25 \begin{pmatrix} 10 & 8 & 9 & 11 \\ 6 & 1 & 4 & 5 \\ 9 & 3 & 7 & 6 \\ 8 & 7 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$26 \begin{pmatrix} 11 & 4 & 5 & 8 \\ 9 & 2 & 1 & 6 \\ 2 & 6 & 7 & 5 \\ 5 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$27 \begin{pmatrix} 11 & 9 & 2 & 8 \\ 10 & 4 & 5 & 6 \\ 12 & 3 & 1 & 5 \\ 9 & 5 & 8 & 7 \end{pmatrix}$$

$$28 \begin{pmatrix} 6 & 11 & 5 & 3 \\ 8 & 12 & 3 & 4 \\ 9 & 13 & 6 & 7 \\ 5 & 10 & 9 & 8 \end{pmatrix}$$

$$29 \begin{pmatrix} 8 & 6 & 5 & 10 \\ 9 & 4 & 6 & 13 \\ 7 & 5 & 9 & 14 \\ 3 & 1 & 2 & 11 \end{pmatrix}$$

$$30 \begin{pmatrix} 5 & 8 & 4 & 7 \\ 9 & 6 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 5 & 1 \\ 4 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

### Завдання № 12

- Скласти сітковий граф виконання комплексу робіт.
- Розрахувати параметри сіткового графу (ранній та пізній терміни настання подій і резерви часу).
- Знайти мінімальний термін, який потрібний для виконання всіх робіт і визначити критичний шлях.

1.

подія	1- 2	1- 3	1- 4	2- 5	2- 4	4- 5	4- 6	4- 7	3- 7	5- 8	6- 8	6- 9	6- 7	7- 9	8- 9
тривал.	5	6	9	7	3	9	10	5	6	6	5	11	4	9	5

2.

подія	1- 2	1- 7	1- 3	1- 4	2- 7	7- 8	7- 6	4- 3	4- 5	3- 6	6- 8	6- 10	6- 9	6- 5	5- 9	9- 10	8- 10
тривал.	4	9	7	5	10	11	3	3	5	6	9	14	10	3	4	7	5

3.

подія	1- 2	1- 3	1- 4	2- 7	2- 5	2- 6	3- 6	4- 2	4- 5	5- 8	6- 9	7- 6	7- 8	7- 9	8- 9
тривал.	10	5	4	11	10	4	6	3	8	6	10	3	4	12	4

4.

подія	1- 2	1- 3	1- 4	1- 7	3- 6	4- 3	4- 5	2- 7	7- 8	7- 6	6- 5	6- 8	6- 9	6- 10	5- 9	9- 10	8- 10
тривал.	9	14	10	16	11	8	10	17	18	8	8	16	17	21	9	11	13

5.

подія	1- 2	1- 3	1- 4	2- 6	2- 3	3- 5	4- 3	4- 5	4- 7	7- 9	6- 5	6- 8	5- 8	8- 9	5- 9
тривал.	6	12	10	6	5	10	4	5	6	6	9	7	3	5	9

6.

подія	1- 2	1- 3	1- 4	1- 5	2- 3	3- 6	3- 7	4- 7	5- 4	5- 8	7- 6	7- 10	7- 9	7- 8	6- 10	8- 9	9- 10
тривал.	5	10	8	6	11	12	4	7	4	6	10	15	11	4	6	5	8

7.

подія	1- 2	1- 3	1- 4	2- 5	2- 6	2- 3	3- 6	4- 7	4- 3	5- 9	6- 9	6- 8	7- 6	7- 8	8- 9
тривал.	10	12	6	7	6	5	12	7	6	6	11	5	11	8	6

8.

подія	1- 2	1- 3	1- 4	1- 5	2- 6	2- 3	5- 4	3- 7	4- 8	4- 7	6- 9	7- 8	7- 10	7- 9	7- 6	8- 10	9- 10
тривал.	8	10	12	7	8	6	13	9	14	6	7	12	17	13	6	8	10

9.

подія	1- 2	1- 3	1- 4	4- 5	4- 3	3- 5	3- 7	3- 6	2- 6	6- 8	7- 8	7- 9	7- 6	5- 9	8- 9
тривал.	8	11	8	6	6	5	11	10	9	7	6	12	5	8	6

10.

подія	1- 2	1- 3	1- 4	2- 6	2- 3	4- 3	4- 5	3- 6	3- 7	5- 3	6- 9	6- 10	5- 8	7- 8	7- 10	8- 10	9- 10
тривал.	7	16	9	13	11	12	6	5	8	5	12	11	7	5	9	7	6

11.

подія	1- 2	1- 3	1- 4	2- 7	3- 5	3- 4	4- 5	4- 6	4- 7	6- 7	6- 8	6- 9	5- 9	7- 8	8- 9
тривал.	5	7	10	7	7	6	6	12	10	6	7	13	10	8	5

12.

подія	1- 2	1- 3	1- 5	3- 6	2- 4	2- 5	3- 5	4- 5	4- 9	5- 6	5- 8	6- 10	6- 7	8- 9	7- 10	8- 10	9- 10
тривал.	11	9	18	15	8	14	13	7	9	7	10	13	14	7	8	11	9

13.

подія	1- 2	1- 3	1- 4	2- 7	2- 3	3- 6	4- 6	4- 5	5- 9	6- 5	6- 9	7- 3	7- 6	7- 8	8- 9
тривал.	4	13	10	6	5	12	5	6	6	5	11	4	11	7	6

14.

подія	1- 2	1- 3	1- 4	2- 6	2- 4	3- 4	3- 5	4- 7	4- 6	5- 4	5- 8	6- 9	6- 10	7- 8	7- 10	8- 10	9- 10
тривал.	5	7	15	12	10	11	4	6	3	3	5	11	10	3	9	6	4



15.

подія	1- 2	1- 3	1- 4	2- 6	2- 7	3- 6	4- 5	4- 3	5- 3	5- 6	5- 8	6- 9	6- 7	7- 9	8- 9
тривал.	11	13	7	7	8	12	8	6	6	11	9	11	7	8	7

16.

подія	1- 2	1- 3	1- 4	4- 5	4- 3	3- 5	3- 7	3- 6	2- 6	6- 9	5- 8	7- 9	7- 6	7- 8	8- 9
тривал.	6	9	5	7	3	9	10	5	6	9	6	11	4	5	5

17.

подія	1- 2	1- 3	1- 4	4- 6	3- 6	3- 7	3- 5	2- 5	2- 3	6- 9	7- 6	7- 9	7- 8	5- 8	8- 9
тривал.	4	10	5	6	4	11	10	7	3	10	3	12	3	6	5

18.

подія	1- 2	1- 7	1- 3	1- 4	2- 7	7- 8	7- 6	4- 3	4- 5	3- 6	6- 8	6- 10	6- 9	6- 5	5- 9	9- 10	8- 10
тривал.	6	11	9	7	12	13	5	5	7	8	11	16	12	5	6	9	7

19.

подія	1- 2	1- 3	1- 4	1- 7	4- 3	4- 5	3- 6	2- 7	7- 8	7- 6	6- 5	6- 8	6- 10	6- 9	5- 9	8- 10	9- 10
тривал.	5	10	6	12	4	6	7	13	14	4	4	12	17	13	5	7	9

20.

подія	1- 2	1- 3	1- 4	2- 3	2- 5	4- 7	4- 8	4- 3	3- 7	5- 7	5- 6	7- 6	6- 9	7- 9	8- 9
тривал.	5	11	9	5	6	5	6	4	10	9,	7	3	5	9	6

21.

подія	1- 2	1- 3	1- 4	1- 5	4- 3	4- 7	2- 5	3- 6	5- 6	5- 8	6- 8	6- 10	6- 9	6- 7	7- 9	8- 10	9- 10
тривал.	6	9	7	11	5	7	12	8	5	13	11	16	12	5	6	7	9

22.

подія	1- 2	1- 3	1- 4	2- 7	2- 6	2- 3	3- 6	4- 3	4- 5	5- 8	5- 6	7- 9	6- 9	6- 8	8- 9
тривал.	9	12	4	6	5	3	10	5	6	7	9	6	9	4	5

23.

подія	1- 2	1- 3	1- 4	1- 7	2- 5	2- 3	3- 6	4- 7	5- 8	6- 5	7- 6	7- 9	6- 9	6- 10	6- 8	8- 10	9- 10
тривал.	6	8	5	12	6	14	7	13	5	4	4	14	12	17	13	8	6

24.

подія	1- 2	1- 3	1- 4	2- 6	3- 6	3- 7	3- 5	4- 3	4- 5	5- 9	6- 8	7- 6	7- 8	7- 9	8- 9
тривал.	4	10	5	8	11	12	5	6	6	8	7	5	6	11	6

25.

подія	1- 2	1- 3	1- 4	3- 4	3- 5	2- 4	2- 6	4- 6	5- 4	6- 9	6- 10	4- 8	5- 7	8- 7	7- 10	8- 10	9- 10
тривал.	7	9	16	12	6	11	13	5	5	12	11	8	7	5	7	9	6

26.

подія	1- 2	1- 3	1- 4	2- 5	3- 7	3- 4	4- 7	4- 6	4- 5	7- 9	6- 9	6- 5	6- 8	5- 8	8- 9
тривал.	7	8	11	9	8	7	7	12	11	11	13	6	7	8	7

27.

подія	1- 2	1- 3	1- 6	2- 6	2- 4	3- 5	3- 6	4- 9	4- 6	6- 7	6- 5	5- 8	5- 10	7- 9	7- 10	8- 10	9- 10
тривал.	7	5	14	10	14	11	9	5	3	6	3	10	9	3	7	4	5

28.

подія	1- 2	1- 3	1- 4	2- 6	2- 3	3- 5	4- 5	4- 7	6- 3	6- 5	6- 8	5- 7	5- 9	7- 9	8- 9
тривал.	5	11	9	6	5	10	5	6	4	9	7	5	9	6	5

29.

подія	1- 2	1- 5	1- 3	3- 6	3- 5	2- 4	2- 5	6- 5	6- 7	5- 8	5- 4	4- 9	8- 7	4- 10	7- 10	8- 10	9- 10
тривал.	8	18	8	5	14	15	13	4	6	17	4	14	4	13	6	10	4

30.

подія	1- 2	1- 3	1- 4	2- 5	2- 8	3- 5	4- 3	4- 6	6- 7	6- 5	6- 3	5- 9	5- 8	8- 9	7- 9
тривал.	12	14	8	8	9	13	8	9	10	12	7	12	8	9	8

### Завдання №13

Задано матрицю суміжності зваженого неорієнтованого графу  $C$ .

- За допомогою алгоритму Прима побудувати каркасне дерево найменшої ваги.
- За допомогою алгоритму Краскала побудувати каркасне дерево найбільшої ваги.
- За допомогою алгоритму Дейкстри знайти найкоротшу відстань від вершини  $x_1$  до всіх інших вершин.

1

$$\begin{pmatrix} \infty & 5 & \infty & \infty & \infty & 7 & \infty & 1 \\ 5 & \infty & 2 & \infty & 6 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 2 & \infty & 4 & \infty & \infty & \infty & 9 \\ \infty & \infty & 4 & \infty & 3 & \infty & 10 & \infty \\ \infty & 6 & \infty & 3 & \infty & 12 & \infty & \infty \\ 7 & \infty & \infty & \infty & 12 & \infty & 4 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 10 & \infty & 4 & \infty & 5 \\ 1 & \infty & 9 & \infty & \infty & \infty & 5 & \infty \end{pmatrix}$$

2

$$\begin{pmatrix} \infty & 4 & \infty & 3 & \infty & \infty & \infty & 1 \\ 4 & \infty & 7 & \infty & \infty & \infty & 1 & \infty \\ \infty & 7 & \infty & 4 & \infty & 5 & \infty & \infty \\ 3 & \infty & 4 & \infty & 8 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 8 & \infty & 10 & \infty & 9 \\ \infty & \infty & 5 & \infty & 10 & \infty & 2 & \infty \\ \infty & 1 & \infty & \infty & \infty & 2 & \infty & 12 \\ 1 & \infty & \infty & \infty & 9 & \infty & 12 & \infty \end{pmatrix}$$







$$27 \begin{pmatrix} \infty & 5 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 7 \\ 5 & \infty & 10 & 13 & \infty & \infty & \infty & 5 \\ \infty & 10 & \infty & 4 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 13 & 4 & \infty & 8 & 6 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 8 & \infty & 4 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 6 & 4 & \infty & 2 & 1 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 2 & \infty & 9 \\ 7 & 5 & \infty & \infty & \infty & 1 & 9 & \infty \end{pmatrix}$$

$$28 \begin{pmatrix} \infty & 6 & 7 & \infty & \infty & \infty & 5 & 4 \\ 6 & \infty & 3 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 7 & 3 & \infty & 9 & 10 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 9 & \infty & 11 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 10 & 11 & \infty & 8 & 12 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 8 & \infty & 4 & \infty \\ 5 & \infty & \infty & \infty & 12 & 4 & \infty & 2 \\ 4 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 2 & \infty \end{pmatrix}$$

$$29 \begin{pmatrix} \infty & 4 & \infty & \infty & \infty & 3 & \infty & 2 \\ 4 & \infty & 12 & \infty & 9 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 12 & \infty & 10 & \infty & \infty & \infty & 7 \\ \infty & \infty & 10 & \infty & 5 & \infty & 8 & \infty \\ \infty & 9 & \infty & 5 & \infty & 6 & \infty & \infty \\ 3 & \infty & \infty & \infty & 6 & \infty & 3 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 8 & \infty & 3 & \infty & 1 \\ 2 & \infty & 7 & \infty & \infty & \infty & 1 & \infty \end{pmatrix}$$

$$30 \begin{pmatrix} \infty & 5 & \infty & 4 & \infty & \infty & \infty & 3 \\ 5 & \infty & 11 & \infty & \infty & \infty & 2 & \infty \\ \infty & 11 & \infty & 15 & \infty & 9 & \infty & \infty \\ 4 & \infty & 15 & \infty & 12 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 12 & \infty & 8 & \infty & 6 \\ \infty & \infty & 9 & \infty & 8 & \infty & 5 & \infty \\ \infty & 2 & \infty & \infty & \infty & 5 & \infty & 1 \\ 3 & \infty & \infty & \infty & 6 & \infty & 1 & \infty \end{pmatrix}$$

### Завдання № 14

За допомогою алгоритму Флойда побудувати матрицю найкоротших шляхів між усіма вершинами орієнтованого графу, заданого матрицею ваг

$$1 \begin{pmatrix} 0 & -2 & \infty & 9 \\ \infty & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 0 & \infty \\ 2 & \infty & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$2 \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 & \infty \\ 6 & 0 & \infty & 2 \\ \infty & 1 & 0 & 4 \\ 5 & \infty & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$3 \begin{pmatrix} 0 & -1 & \infty & 2 \\ 4 & 0 & 3 & \infty \\ 5 & \infty & 0 & 2 \\ \infty & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$4 \begin{pmatrix} 0 & \infty & 3 & 4 \\ 5 & 0 & \infty & 3 \\ -2 & 2 & 0 & \infty \\ \infty & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{5} \quad \begin{pmatrix} 0 & -1 & 6 & \infty \\ \infty & 0 & 2 & 3 \\ 4 & \infty & 0 & -2 \\ 1 & 4 & \infty & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{6} \quad \begin{pmatrix} 0 & \infty & 7 & -3 \\ 1 & 0 & \infty & -2 \\ 4 & 2 & 0 & \infty \\ \infty & 3 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{7} \quad \begin{pmatrix} 0 & \infty & 4 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & \infty \\ \infty & 5 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & \infty & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{8} \quad \begin{pmatrix} 0 & 5 & \infty & 3 \\ \infty & 0 & 6 & 4 \\ -1 & 1 & 0 & \infty \\ -2 & \infty & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{9} \quad \begin{pmatrix} 0 & 2 & \infty & 8 \\ \infty & 0 & -2 & -1 \\ 5 & 4 & 0 & \infty \\ 3 & \infty & 6 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{10} \quad \begin{pmatrix} 0 & 3 & 5 & \infty \\ -2 & 0 & \infty & 1 \\ \infty & 4 & 0 & 3 \\ -1 & \infty & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{11} \quad \begin{pmatrix} 0 & -2 & \infty & -1 \\ 3 & 0 & 5 & \infty \\ 2 & \infty & 0 & 3 \\ \infty & 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{12} \quad \begin{pmatrix} 0 & \infty & 3 & 5 \\ 2 & 0 & \infty & 2 \\ -1 & -2 & 0 & \infty \\ \infty & 1 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{13} \quad \begin{pmatrix} 0 & -1 & \infty & -2 \\ \infty & 0 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 0 & \infty \\ 2 & \infty & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{14} \quad \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 & \infty \\ -2 & 0 & \infty & 4 \\ \infty & 3 & 0 & 2 \\ -1 & \infty & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{15} \quad \begin{pmatrix} 0 & -1 & \infty & 2 \\ 3 & 0 & 1 & \infty \\ 4 & \infty & 0 & 5 \\ \infty & -2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{16} \quad \begin{pmatrix} 0 & \infty & 3 & -2 \\ 4 & 0 & \infty & -1 \\ 2 & 2 & 0 & \infty \\ \infty & 5 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$



$$\mathbf{17} \begin{pmatrix} 0 & 4 & \infty & 6 \\ \infty & 0 & 2 & 2 \\ -1 & 3 & 0 & \infty \\ -2 & \infty & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{18} \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 & \infty \\ 4 & 0 & \infty & 1 \\ \infty & 1 & 0 & 3 \\ 2 & \infty & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{19} \begin{pmatrix} 0 & -2 & \infty & 5 \\ 3 & 0 & 2 & \infty \\ 4 & \infty & 0 & 3 \\ \infty & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{20} \begin{pmatrix} 0 & \infty & 3 & 1 \\ -1 & 0 & \infty & 7 \\ -2 & 5 & 0 & \infty \\ \infty & 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{21} \begin{pmatrix} 0 & -1 & \infty & 4 \\ \infty & 0 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 0 & \infty \\ 2 & \infty & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{22} \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 & \infty \\ 2 & 0 & \infty & 3 \\ \infty & 4 & 0 & 2 \\ 1 & \infty & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{23} \begin{pmatrix} 0 & -1 & \infty & 2 \\ 3 & 0 & 4 & \infty \\ 2 & \infty & 0 & 1 \\ \infty & -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{24} \begin{pmatrix} 0 & \infty & 4 & 2 \\ -1 & 0 & \infty & 2 \\ -2 & 3 & 0 & \infty \\ \infty & 5 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{25} \begin{pmatrix} 0 & -1 & \infty & -2 \\ \infty & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & \infty \\ 3 & \infty & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{26} \begin{pmatrix} 0 & -2 & 3 & \infty \\ 3 & 0 & \infty & 1 \\ \infty & -1 & 0 & 5 \\ 4 & \infty & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{27} \begin{pmatrix} 0 & 5 & \infty & 3 \\ 2 & 0 & -1 & \infty \\ 3 & \infty & 0 & 2 \\ \infty & 4 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{28} \begin{pmatrix} 0 & \infty & 3 & 5 \\ 2 & 0 & \infty & 3 \\ -1 & -2 & 0 & \infty \\ \infty & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$29 \quad \begin{pmatrix} 0 & -2 & \infty & -1 \\ \infty & 0 & 4 & -1 \\ 2 & 5 & 0 & \infty \\ 3 & \infty & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$30 \quad \begin{pmatrix} 0 & \infty & 1 & 2 \\ 3 & 0 & \infty & 4 \\ 5 & 2 & 0 & \infty \\ \infty & -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

### Завдання № 15

Задано однорідний ланцюг Маркова з матрицею однокрокових ймовірностей переходу  $\Pi$  та початковим розподілом ймовірностей  $p(0)$ .

1. Знайти розподіл ймовірностей  $p(3)$ .
  2. Зобразити ймовірнісний граф даного ланцюга Маркова.
  3. Знайти граничний розподіл ймовірностей.
  4. Знайти ймовірність того, що в момент часу  $n = 4$  система перебуватиме у стані  $\omega_3$ , якщо відомо, що в момент часу  $n = 2$  система перебуває в стані  $\omega_1$ .
  5. Знайти ймовірність того, що від моменту часу  $n = 0$  до моменту часу  $n = 3$  система не змінить свого стану.
  6. Визначити, чи буде ланцюг Маркова ергодичним.
- 7\*. Нехай  $\alpha_n$  — ймовірність того, що в момент часу  $t = t_n$  система знаходиться у стані  $\omega_1$ ,  $\beta_n$  — ймовірність того, що в момент часу  $t = t_n$  система знаходиться у стані  $\omega_3$ ,  $\gamma_n$  — ймовірність того, що в момент часу  $t = t_n$  система знаходиться у стані  $\omega_1$ . Для послідовностей  $(\alpha_n)$ ,  $(\beta_n)$  та  $(\gamma_n)$  скласти систему рекурентних співвідношень та знайти її розв'язок.

$$1. \quad p(0) = \begin{pmatrix} 0.4 \\ 0.3 \\ 0.3 \end{pmatrix} \quad \Pi = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.4 & 0.5 \\ 0.6 & 0.4 & 0.1 \\ 0.1 & 0.2 & 0.4 \end{pmatrix}$$

$$2. \quad p(0) = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.4 \\ 0.5 \end{pmatrix} \quad \Pi = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.5 & 0.2 \\ 0.2 & 0.1 & 0.6 \\ 0.6 & 0.4 & 0.2 \end{pmatrix}$$

$$3. \quad p(0) = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.6 \\ 0.2 \end{pmatrix} \quad \Pi = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.8 \\ 0.3 & 0.4 & 0.1 \\ 0.6 & 0.4 & 0.1 \end{pmatrix}$$

$$4. \quad p(0) = \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.5 \\ 0.2 \end{pmatrix} \quad \Pi = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.4 & 0.1 \\ 0.2 & 0.5 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.8 \end{pmatrix}$$

$$5. \quad p(0) = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.7 \\ 0.2 \end{pmatrix} \quad \Pi = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.2 & 0.5 \\ 0.2 & 0.5 & 0.3 \\ 0.5 & 0.3 & 0.2 \end{pmatrix}$$

$$6. \quad p(0) = \begin{pmatrix} 0.4 \\ 0.4 \\ 0.2 \end{pmatrix} \quad \Pi = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.1 & 0.3 \\ 0.2 & 0.7 & 0 \\ 0.1 & 0.2 & 0.7 \end{pmatrix}$$

$$7. \quad p(0) = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.3 \\ 0.5 \end{pmatrix} \quad \Pi = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.4 & 0.6 \\ 0.4 & 0.3 & 0.2 \\ 0.1 & 0.3 & 0.2 \end{pmatrix}$$

$$8. \quad p(0) = \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.3 \\ 0.4 \end{pmatrix} \quad \Pi = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.8 & 0.3 \\ 0.4 & 0.1 & 0.3 \\ 0.2 & 0.1 & 0.4 \end{pmatrix}$$

$$9. p(0) = \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.6 \\ 0.1 \end{pmatrix} \quad \Pi = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.5 & 0.1 \\ 0.3 & 0.2 & 0.1 \\ 0.4 & 0.3 & 0.8 \end{pmatrix}$$

$$10. p(0) = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0 \\ 0.5 \end{pmatrix} \quad \Pi = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.1 & 0.5 \\ 0.3 & 0.7 & 0.3 \\ 0.3 & 0.2 & 0.2 \end{pmatrix}$$

$$11. p(0) = \begin{pmatrix} 0.7 \\ 0.2 \\ 0.1 \end{pmatrix} \quad \Pi = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.2 & 0.5 \\ 0.2 & 0.7 & 0.2 \end{pmatrix}$$

$$12. p(0) = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.8 \\ 0.1 \end{pmatrix} \quad \Pi = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.2 & 0.2 \\ 0.4 & 0.5 & 0.4 \\ 0.1 & 0.3 & 0.4 \end{pmatrix}$$

$$13. p(0) = \begin{pmatrix} 0.4 \\ 0.5 \\ 0.1 \end{pmatrix} \quad \Pi = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.4 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.4 & 0.3 & 0.4 \end{pmatrix}$$

$$14. p(0) = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.3 \\ 0.6 \end{pmatrix} \quad \Pi = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.5 & 0.3 \\ 0.6 & 0.3 & 0.4 \\ 0.3 & 0.2 & 0.3 \end{pmatrix}$$

$$15. p(0) = \begin{pmatrix} 0.7 \\ 0.3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \Pi = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.5 & 0.4 \\ 0.7 & 0.2 & 0.2 \\ 0.1 & 0.3 & 0.4 \end{pmatrix}$$

$$16. p(0) = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.3 \\ 0.5 \end{pmatrix} \quad \Pi = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.3 & 0.2 \\ 0.7 & 0.2 & 0.3 \\ 0.2 & 0.5 & 0.5 \end{pmatrix}$$

$$17. p(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.6 \\ 0.4 \end{pmatrix} \quad \Pi = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.2 & 0.4 \\ 0.4 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.6 & 0.4 \end{pmatrix}$$

$$18. p(0) = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.2 \\ 0.6 \end{pmatrix} \quad \Pi = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.1 & 0.5 \\ 0.3 & 0.8 & 0.3 \\ 0.4 & 0.1 & 0.2 \end{pmatrix}$$

$$19. p(0) = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.3 \\ 0.2 \end{pmatrix} \quad \Pi = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.7 & 0.4 \\ 0.3 & 0.1 & 0.4 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 \end{pmatrix}$$

$$20. p(0) = \begin{pmatrix} 0.9 \\ 0.1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \Pi = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.4 & 0 \\ 0.2 & 0.4 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.8 \end{pmatrix}$$

$$21. p(0) = \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.6 \\ 0.1 \end{pmatrix} \quad \Pi = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.6 \\ 0.4 & 0.3 & 0.2 \\ 0.1 & 0.4 & 0.2 \end{pmatrix}$$

$$22. p(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.7 \\ 0.3 \end{pmatrix} \quad \Pi = \begin{pmatrix} 0 & 0.7 & 0.9 \\ 0.4 & 0 & 0.1 \\ 0.6 & 0.3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$23. p(0) = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.4 \\ 0.4 \end{pmatrix} \quad \Pi = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.2 & 0.4 \\ 0.1 & 0.6 & 0.4 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 \end{pmatrix}$$

$$24. p(0) = \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.3 \\ 0.4 \end{pmatrix} \quad \Pi = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.3 & 0.5 \\ 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 0.8 & 0.5 & 0.2 \end{pmatrix}$$

$$25. p(0) = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.4 \\ 0.1 \end{pmatrix} \quad \Pi = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.1 & 0.6 \\ 0.3 & 0.8 & 0 \\ 0.3 & 0.1 & 0.4 \end{pmatrix}$$

$$26. p(0) = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.7 \\ 0.1 \end{pmatrix} \quad \Pi = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.4 & 0.1 \\ 0.6 & 0.2 & 0.2 \\ 0.1 & 0.4 & 0.7 \end{pmatrix}$$

$$27. p(0) = \begin{pmatrix} 0.8 \\ 0 \\ 0.2 \end{pmatrix} \quad \Pi = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.1 & 0.3 \\ 0.5 & 0.8 & 0.4 \end{pmatrix}$$

$$28. p(0) = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.3 \\ 0.6 \end{pmatrix} \quad \Pi = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.4 & 0.3 \\ 0.7 & 0 & 0.3 \\ 0.1 & 0.6 & 0.4 \end{pmatrix}$$

$$29. p(0) = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.1 \\ 0.4 \end{pmatrix} \quad \Pi = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.3 & 0.4 \\ 0.3 & 0.4 & 0.3 \\ 0.4 & 0.3 & 0.3 \end{pmatrix}$$

$$30. p(0) = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.7 \\ 0.1 \end{pmatrix} \quad \Pi = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.6 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.6 \\ 0.6 & 0.2 & 0.2 \end{pmatrix}$$

### Завдання № 16

Задано марковський процес з неперервним часом, трьома станами  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  та інтенсивностями переходу  $\lambda_{1,2}, \lambda_{1,3}, \lambda_{2,1}, \lambda_{2,3}, \lambda_{3,1}, \lambda_{3,2}$  між цими станами.

Знайти ймовірності  $p_1(t), p_2(t), p_3(t)$  перебування системи відповідно в станах  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  у момент часу  $t$  та граничний стан системи, якщо відомо, що в початковий момент часу система перебувала у стані  $\omega_i$ . Зобразити граф інтенсивностей переходів між станами системи.

№	$\lambda_{1,2}$	$\lambda_{1,3}$	$\lambda_{2,1}$	$\lambda_{2,3}$	$\lambda_{3,1}$	$\lambda_{3,2}$	$i$
1	1	5	6	3	4	1	1
2	2	1	9	1	4	3	2
3	5	5	1	7	1	6	3
4	2	3	3	5	7	2	1
5	3	2	6	2	6	4	2
6	1	3	2	4	2	7	3
7	3	1	2	5	7	3	1
8	2	3	1	3	4	5	2
9	1	1	3	7	3	5	3
10	4	5	1	2	2	4	1
11	3	4	1	4	8	5	2
12	3	3	4	6	4	7	3
13	5	2	1	4	9	5	1
14	1	5	2	5	3	4	2
15	1	2	5	3	5	7	3
16	6	1	2	4	9	6	1
17	3	6	8	6	1	4	2
18	2	2	6	1	6	9	3
19	7	3	3	9	1	7	1
20	3	7	4	7	5	6	2
21	4	4	7	2	7	1	3
22	8	2	3	4	5	8	1
23	6	8	5	8	4	3	2

<b>24</b>	2	4	8	6	8	10	3
<b>25</b>	9	3	4	5	6	9	1
<b>26</b>	1	9	3	9	5	7	2
<b>27</b>	7	5	9	3	9	1	3
<b>28</b>	10	2	4	8	9	10	1
<b>29</b>	2	10	1	10	4	7	2
<b>30</b>	8	6	10	4	10	2	3

### Завдання № 17

На телефонну станцію надходить пуассонівський потік інтенсивністю  $\lambda = 0.25$  (викликів за хвилину). Знайти ймовірність наступних подій:

1. у першу та другу хвилину на станцію надійде по одному виклику;
2. за третю та четверту хвилини на станцію надійде разом три виклики;
3. перший виклик на станцію надійде на другій хвилині;
4. за першу і третю хвилини разом надійде не більше одного виклику;
5. за перші дві хвилини на станцію надійде два виклики, за третю хвилину — один;
6. за кожну з перших п'яти хвилин на станцію надходитиме по одному виклику;
7. за сьому та восьму хвилини разом на станцію надійде не більше двох викликів;
8. перший виклик на станцію надійде на третій хвилині;
9. за перші шість хвилин на станцію не надійде жодного виклику;
10. з сьомої по десяту хвилини на станцію надходитиме по два виклики;
11. за перші чотири хвилини на станцію надійде не менше двох, але не більше трьох викликів;
12. перший виклик надійде на станцію не раніше дев'ятої хвилини;



- 13.** за першу хвилину на станцію надійде один виклик, за наступні дві хвилини — ще два виклики;
- 14.** за перші вісім хвилин на станцію надійдуть виклики, але не більше двох;
- 15.** за другу хвилину надійде лише другий за чергою виклик;
- 16.** за третю та четверту хвилини на станцію надійде по одному виклику;
- 17.** за другу та третю хвилини на станцію надійде разом три виклики;
- 18.** перший виклик на станцію надійде на четвертій хвилині;
- 19.** за першу і четверту хвилини разом надійде не більше одного виклику;
- 20.** за шосту та сьому хвилини на станцію надійде два виклики, за восьму хвилину — один;
- 21.** з восьмої по дванадцяту хвилини на станцію надходитиме по одному виклику;
- 22.** за десяту та одинадцяту хвилини разом на станцію надійде не більше двох викликів;
- 23.** перший виклик на станцію надійде на п'ятій хвилині;
- 24.** за перші шістнадцять хвилин на станцію на надійде жодного виклику;
- 25.** з одинадцятої по тринадцяту хвилини на станцію надходитиме по два виклики;
- 26.** за перші вісім хвилини на станцію надійде не менше одного, але не більше двох викликів;
- 27.** протягом двох хвилин після першого виклику на станцію не надходять виклики;
- 28.** за третю хвилину на станцію надійде один виклик, за наступні три хвилини — ще два виклики;
- 29.** за перші шість хвилин на станцію надійдуть виклики, але не більше двох;

**30.** упродовж хвилини після першого виклику на станцію надійде ще рівно один виклик.

**Завдання № 18**

Описати роботу системи масового обслуговування з відмовами, що має два канали, інтенсивність потоку заявок  $\lambda$ , інтенсивність потоку обслуговування  $\mu$ .

Знайти граничний стан системи, а також її ймовірнісні характеристики (ймовірність відмови, пропускну здатність, абсолютну пропускну здатність, середню кількість каналів, зайнятих обслуговуванням заявок). Зобразити граф інтенсивностей переходів між станами системи. В початковий момент є вільними всі канали.

<b>№</b>		<b>№</b>	
<b>1</b>	$\lambda = 6, \mu = 8$	<b>16</b>	$\lambda = 22, \mu = 81$
<b>2</b>	$\lambda = 5, \mu = 16$	<b>17</b>	$\lambda = 12, \mu = 50$
<b>3</b>	$\lambda = 4, \mu = 9$	<b>18</b>	$\lambda = 20, \mu = 64$
<b>4</b>	$\lambda = 7, \mu = 36$	<b>19</b>	$\lambda = 9, \mu = 12$
<b>5</b>	$\lambda = 6, \mu = 25$	<b>20</b>	$\lambda = 20, \mu = 45$
<b>6</b>	$\lambda = 8, \mu = 49$	<b>21</b>	$\lambda = 18, \mu = 49$
<b>7</b>	$\lambda = 9, \mu = 64$	<b>22</b>	$\lambda = 16, \mu = 36$
<b>8</b>	$\lambda = 12, \mu = 16$	<b>23</b>	$\lambda = 20, \mu = 98$
<b>9</b>	$\lambda = 10, \mu = 32$	<b>24</b>	$\lambda = 16, \mu = 98$
<b>10</b>	$\lambda = 8, \mu = 18$	<b>25</b>	$\lambda = 30, \mu = 40$
<b>11</b>	$\lambda = 10, \mu = 81$	<b>26</b>	$\lambda = 11, \mu = 100$
<b>12</b>	$\lambda = 14, \mu = 72$	<b>27</b>	$\lambda = 15, \mu = 20$
<b>13</b>	$\lambda = 12, \mu = 27$	<b>28</b>	$\lambda = 24, \mu = 54$
<b>14</b>	$\lambda = 15, \mu = 48$	<b>29</b>	$\lambda = 11, \mu = 100$
<b>15</b>	$\lambda = 9, \mu = 64$	<b>30</b>	$\lambda = 39, \mu = 100$

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Бартіш М.Я., Дудзяний І.М. Дослідження операцій. Частина 1. Лінійні моделі. – Львів: Видавництво ЛНУ ім. Івана Франка, 2007. – 168 с.
2. Бартіш М.Я., Дудзяний І.М. Дослідження операцій. Частина 2. Алгоритми оптимізації на графах. – Львів: Видавництво ЛНУ ім. Івана Франка, 2007. – 120 с.
3. Бобик І. О. Математичне програмування. Дослідження операцій Математичні вказівки та завдання до розрахунково-графічної роботи для студентів економічних спеціальностей/ І.О. Бобик, Н.В. Бугрій, І.Г. Івасик, Р.І. Квіт, У.В. Жидик, З.І. Крупка, А.З. Мохонько, Р.С. Мусій, І.Я. Олексів, О.М. Рибицька, Н.В. Пабіривська, Т.М. Сало, М.А. Сухорольський. – Львів: Видавництво НУ «Львівська Політехніка», 2012. – 72 с.
4. Бобик І. О. Математичне програмування та дослідження операцій Математичні вказівки та контрольні завдання/ І.О. Бобик, Х.Т. Дрогомирецька, Р.І. Квіт, О.М. Рибицька, О.З. Слюсарчук, У.В. Жидик, Н.В. Пабіривська, М.І. Вовк. – Львів: Видавництво НУ «Львівська Політехніка», 2013. – 64 с.
5. Журавчак Л.М., Нитребич О.О. Дослідження операцій. Лабораторний практикум. Львів: Видавництво НУ «Львівська Політехніка», 2016. – 112 с.
6. Зайченко О.Ю., Зайченко Ю.П. Дослідження операцій. Збірник задач. – Київ: Видавничий дім «Слово», 2007. – 472 с.
7. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій. Підручник. – Київ: Видавничий дім «Слово», 2006. – 816 с.
8. Катренко А.В. Дослідження операцій. – Львів: Видавництво «Магнолія-2006», 2009. – 352 с.