Лекція 4: ІНТЕРПОЛЮВАННЯ ФУНКЦІЙ.

Задача наближення функції. Інтерполяційні многочлени Ньютона і Лагранжа. Оцінка похибки інтерполювання. Інтерполювання функції за допомогою сплайнів. Екстраполювання.

Задача наближення функцій виникає при розв'язанні багатьох практичних і теоретичних задач, а інколи і як самостійна. Так, наближення функцій є важливим допоміжним апаратом при розв'язанні інших задач чисельного аналізу: чисельного інтегрування і диференціювання, розв'язання диференціальних рівнянь, розв'язання систем нелінійних рівнянь, задач оптимізації та ін.

1. Поняття апроксимації та інтерполяції

Варто розглянути декілька варіантів постанвки задачі наближення функцій. Наприклад:

Постановка 1.

Нехай відомий деякий набір значень $y_1, y_2, y_3, ... y_n$ в точках $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$, певної наперед невідомої функції $f(x)$. Така задача виникає переважно при розв'язуванні проблем науково-технічного характеру, коли потрібно обробити результати експериментальних даних чи просто потрібно знайти наближений аналітичний вираз $f(x)$. Процес наближення однієї функції $f(x)$ іншою (простішою) $g(x,\{a\})$ називають **апроксимацією**, а функцію $g(x,\{a\})$ при цьому називають апроксимуючою для $f(x)$. Множина параметрів $\{a\}$: $a_k \in R$ $(k = 1,...,n)$ є інструментом для наближення функції $g(x,\{a\})$ до функції $f(x)$ і визначаються з вимоги:

$$g(x_k,\{a_k\}) = y_k = f(x_k) \qquad (4.1)$$

при $x \in [x_1, x_n]$, то процес ще називають **інтерполяцією,** функцію $g(x,\{a\})$ – **інтерполюючою**, а набір значень $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ - **вузлами інтерполяції**, тобто *інтерполяція* - це відновлення функції між вузлами інтерполяції. Зауважимо, що коли аргумент x знаходиться поза межами проміжку інтерполювання $[x_1, x_n]$, то задача побудови функції $g(x)$ називається **екстраполюванням.**

Постановка 2.

У задачах планування експериментів часто виникає інша проблема. Наприклад, відомий зручний вид інтерполюючої функції, чи то поліноміальний, чи тригонометричний. Проте значення функції $y_1, y_2, y_3, ... y_n$ мають значні похибки вимірювання. Необхідно отримати найкраще в певному значенні наближення при мінімальній кількості вимірювань. Така задача виникає при плануванні експериментів в біології, хімії, фізиці, географії, військовій справі та ін. Одним із найзручніших видів такого інтерполювання є *параболічне*. Квадратні многочлени прості за формою, їх легко обчислювати, диференціювати та інтегрувати, вони не мають особливих точок і можуть набувати довільних скінчених значень.

Постановка 3.

Задача наближення функцій використовується також при складанні стандартних процедур обчислення елементарних і спеціальних функцій, наприклад cos(x), sin(x) та ін. обмежуючи їх розвинення у ряди скінченою кількістю доданків. Наприклад

$$e^x \cong \sum_{i=0}^{n} \frac{x^i}{i!}$$

де N вибирається з міркувань забезпечення достатньої точності обчислень.

Поліноміальна інтерполяція

У випадках, коли вид функції $g(x, \{a\})$ наперед невідомий, а значення $y_1, y_2, y_3, ... y_n$ обчислені з достатньо малою похибкою, задачу наближення таблично заданої функції $f(x)$ зручно розв'язувати як задачу поліноміальної інтерполяції. Розглянемо кілька варіантів.

Кусково-лінійна інтерполяція

Такий вид інтерполювання полягає в тому, що на кожному окремому проміжку $[x_i, x_{i+1}]$ функцію $f(x)$ наближають лінійною функцією $g_i(x, \alpha_i, \beta_i) = \alpha_i x + \beta_i \ \left(i = 1, \overline{N-1}\right)$ (рис.).

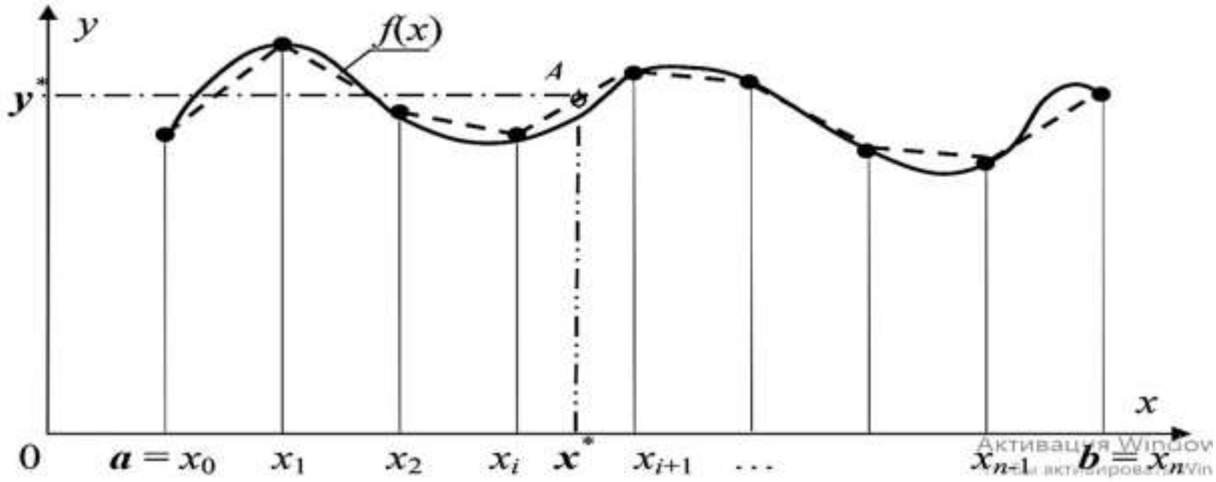

Рис. 4.1. Графічна інтерпретація кусково-лінійної інтерполяції

Параметри α_i, β_i визначаються з умови (4.1), тобто

$$\begin{cases} \alpha_i x_i + \beta_i = y_i, \\ \alpha_i x_{i+1} + \beta_i = y_{i+1}, \end{cases} \left(i = 1, \overline{N-1}\right). \qquad (4.2)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (4.2) неважко знайти

$$\alpha_i = \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i}, \; \beta_i = y_i - \alpha_i x_i,$$

і, отже

$$g_i\left(x, \alpha_i, \beta_i\right) = \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} x + y_i - \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} x_i \; \left(i = 1, \overline{N-1}\right),$$

або

$$g_i\left(x, \alpha_i, \beta_i\right) = \frac{x - x_{i+1}}{x_i - x_{i+1}} y_i + \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i} y_{i+1} \; \left(i = 1, \overline{N-1}\right). \qquad (4.3)$$

Таким чином, якщо точка x належить проміжку $\left[x_i, x_{i+1}\right]$, то для обчислення наближеного значення функції $f(x)$ достатньо скористатися формулою (4.3). Кусково-лінійною така інтерполяція називається тому, що інтерполююча функція $g(x, \{a\})$ є наче "зшитою" з лінійних функцій $g_i\left(x, \alpha_i, \beta_i\right)$, кожна з яких розглядається на своєму "куску" $\left[x_i, x_{i+1}\right]$. Точність такого виду інтерполяції невисока і її похибка має порядок $O(h)$, де $h = \max\limits_{i=\overline{1,n-1}} \left|x_{i+1} - x_i\right|$.

Кусково-квадратична інтерполяція

Якщо функцію $f(x)$ наближати квадратичною функцією

$$g_i\left(x, \alpha_i, \beta_i, \gamma_i\right) = \alpha_i x^2 + \beta_i x + \gamma_i \qquad (4.4)$$

на «спареному» проміжку $\left[x_i, x_{i+2}\right]$ (рис.), то говорять про кусково-квадратичну чи кусково-параболічну інтерполяцію. Наявність трьох невідомих $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ вимагає системи трьох рівнянь виду (4.1), тому розглядається «спарений» проміжок $\left[x_i, x_{i+2}\right]$ з трьома точками x_i, x_{i+1}, x_{i+2}. Розв'язуючи ситему рівнянь аналогічно до (4.2) неважко переконатися, що квадратична функція (4.4) може бути записана у вигляді:

$$g_i\left(x, \alpha_i, \beta_i, \gamma_i\right) = \frac{\left(x - x_{i+1}\right)\left(x - x_{i+2}\right)}{\left(x_i - x_{i+1}\right)\left(x_i - x_{i+2}\right)} y_i + \frac{\left(x - x_i\right)\left(x - x_{i+2}\right)}{\left(x_{i+1} - x_i\right)\left(x_{i+1} - x_{i+2}\right)} y_{i+1} + \frac{\left(x - x_i\right)\left(x - x_{i+1}\right)}{\left(x_{i+2} - x_i\right)\left(x_{i+2} - x_{i+1}\right)} y_{i+2} \qquad \left(i = \overline{1, N-2}\right). \tag{4.5}$$

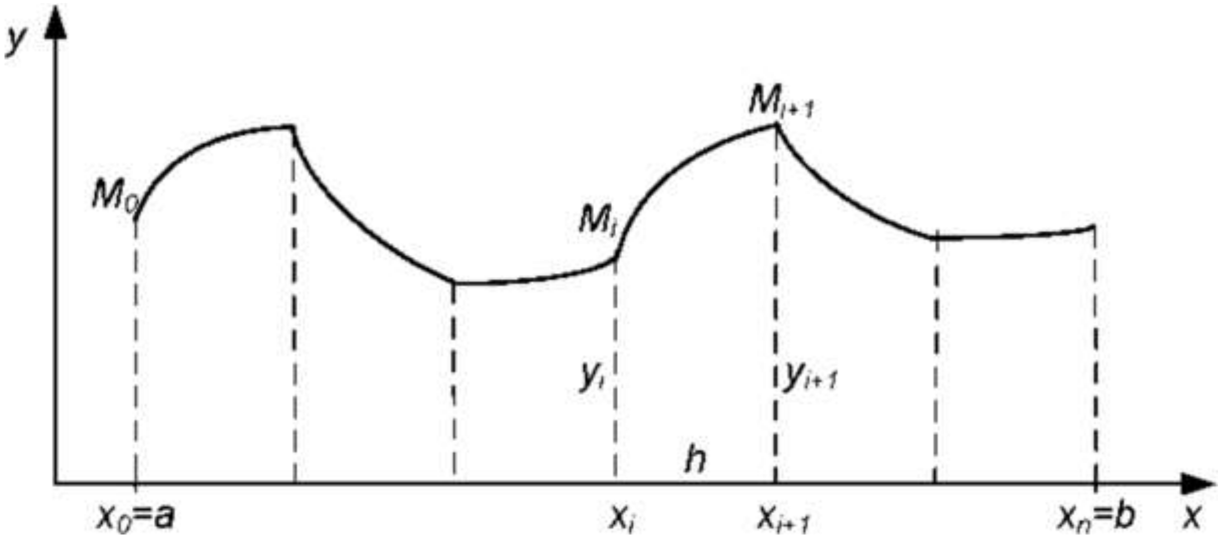

Рис. 4.2. Графічна інтерпретація кусково-квадратичної інтерполяції

Точність такого виду інтерполяції краща і її похибка має порядок $O(h^3)$, де $h = \max\limits_{i=\overline{1,n-1}} \left|x_{i+1} - x_i\right|$.

Інтерполяційний поліном Лагранжа

Продовжуючи міркування щодо поліноміального вигляду інтерполюючої функції $g(x, \{a\})$ можна зробити наступний висновок. Якщо відомі значення y_i функції $f(x)$ в точках x_i, $i = \overline{1, n}$, то поліном мінімального степеня, що інтерполює функцію $f(x)$, повинен мати степінь $n-1$. Якщо він записаний у вигляді:

$$L_{n-1}(x) = \sum_{i=1}^{n} \left(\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} \left(\frac{x - x_i}{x_i - x_j} \right) \right) y_i, \tag{4.6}$$

то його називають інтерполяційним поліномом Лагранжа. Неважко перевконатися, що $L_{n-1}(x_i) = f(x_i) \quad \left(i = \overline{1,n}\right)$.

Похибка інтерполювання функції поліномом Лагранжа сильно залежить від розподілу точок x_i і зменшується при зменшенні проміжку $\left[x_1, x_n\right]$. Порядок точності інтерполяції за допомогою полінома Лагранжа складає $O(h^n)$. Проте слід зазначити недоліки інтерполювання поліномом Лагранжа. По-перше, значення $L_{n-1}(x)$, де x належить проміжку $\left[x_i, x_{i+1}\right]$, як правило, нестійке до похибок обчислень, причому нестійкість зростає зі збільшенням n. Тому вже при $n > 15$ ця нестійкість робить таку інтерполяцію непридатною для практичних задач, коли n переважно близьке до 100 і більше. По-друге, хоча для обчислення полінома Лагранжа не потрібно попередньо визначати його коефіцієнти шляхом розв'язування системи рівнянь, однак для кожного нового значення x поліном доводиться перераховувати знову.

Інтерполяційний поліном Ньютона

Інший спосіб побудови інтерполюючого полінома для функції $y = f(x)$ в точках x_i, $i = \overline{1,n}$, полягає у наступному. Вводяться так звані *розділені різниці*. Розділена різниця нульового порядку функції $y = f(x)$ — сама функція $f(x)$. Розділена різниця порядку n визначається через розділену різницю порядку $(n-1)$ за формулою

$$f(x_1; x_2; ...; x_n) = \frac{f(x_1; x_2; ...; x_n) - f(x_1; x_2; ...; x_{n-1})}{x_n - x_1}.$$

В літературі часто зустрічається більш компактне позначення

$$\left[y_1, y_2, ..., y_n\right] = f(x_1; x_2; ...; x_n).$$

Для прикладу, різницеві співвідношення 1-го , 2-го, …, $n-1$-го порядку мають вигляд:

$$f(x_1,x_2)=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1},\ldots,\ f(x_{n-1},x_n)=\frac{f(x_n)-f(x_{n-1})}{x_n-x_{n-1}};$$

$$f(x_1,x_2,x_3)=\frac{f(x_2,x_3)-f(x_1,x_2)}{x_3-x_1},..,$$

$$f(x_{n-2},x_{n-1},x_n)=\frac{f(x_{n-1},x_n)-f(x_{n-2},x_{n-1})}{x_n-x_{n-2}}; \tag{4.7}$$

$$f(x_1,x_2,\ldots,x_n)=\frac{f(x_2,x_3,\ldots,x_n)-f(x_1,x_2,\ldots,x_{n-1})}{x_n-x_1}.$$

Тоді розглядається поліном (n *-1*)-го степеня виду

$$\begin{aligned} H_{n-1}(x) &= f(x_1)+\left(x-x_1\right)f(x_1,x_2)+\left(x-x_1\right)\left(x-x_2\right)f(x_1,x_2,x_3)+\\ &+\ldots+\left(x-x_1\right)\left(x-x_2\right)\ldots\left(x-x_{n-1}\right)f(x_1,x_2,\ldots,x_n). \end{aligned} \tag{4.8}$$

Неважко переконатися, що $H_{n-1}(x_i)=f(x_i)\ \left(i=\overline{1,n}\right)$, тобто умова (4.1) виконується, і, отже, $H_{n-1}(x)$ є інтерполяційним поліномом для $f(x)$. Такий поліном називають *інтерполяційним поліномом Ньютона*. Він виявляється дуже корисним при розв'язанні інших задач чисельного аналізу, що буде показано далі.

Сплайн-інтерполяція

Інтерполяція за допомогою поліномів Лагранжа або Ньютона з використанням великої кількості вузлів часто призводить до неточного наближення, що пояснюється накопиченням великої кількості обчислювальних похибок та нестійкості. З іншого боку, кусково-лінійна і кусково-квадратична інтерполяція не гарантують доброго наближення через свою теоретичну неточність. Компромісним способом добитися доброго наближення в практичних задачах є інтерполяція за допомогою сплайн-функцій.

Сплайном (з англ. *spline* - рейка, лінійка) називається кусково-поліноміальна функція, визначена на проміжку $\left[x_l,x_m\right]$ і має на цьому відрізку неперервні першу, другу і, можливо, вищі похідні. Інтерполяція за допомогою сплайнів називається *сплайн-інтерполяцією*. Найчастіше на практиці застосовують *кубічну сплайн-інтерполяцію*, тобто на кожному інтервалі $\left[x_i, x_{i+1}\right]$, $\left(i=\overline{1,n}\right)$ функція сплайну $S_i(x)$ задається поліномом третьої степені:

$$S_i(x) = y_i + c_{1i}\left(x - x_i\right) + c_{2i}\left(x - x_i\right)^2 + c_{3i}\left(x - x_i\right)^3, \qquad (4.9)$$

який автоматично задовольняє умову (4.1). Крім цього, для визначення

Для того щоб побудувати кубічний сплайн (4.9), необхідно знайти $3\left(n-1\right)$ невідомих коефіцієнтів c_{1i}, c_{2i}, c_{3i} поліномів $S_i(x)$, $\left(i=\overline{1,n}\right)$. Вони підбираються так, щоб на межах інтервалів $\left[x_i, x_{i+1}\right]$ забезпечити неперервність, як функцій $S_i(x)$, так і її першої $S_i'(x)$ і другої $S_i''(x)$ похідних. Таким чином, враховуючи, що

$$S_i'(x) = c_{1i} + 2c_{2i}\left(x - x_i\right) + 3c_{3i}\left(x - x_i\right)^2, \quad S_i''(x) = 2c_{2i} + 6c_{3i}\left(x - x_i\right),$$

і задовольняючи згадані умови неперервності

$$\begin{cases} S_i(x_{i+1}) = S_{i+1}(x_{i+1}) = y_{i+1}, \quad i=\overline{1,n-2} \\ S_{n-1}(x_n) = y_n \\ S_i'(x_{i+1}) = S_{i+1}'(x_{i+1}) = c_{1,i+1}, \quad i=\overline{1,n-2} \\ S_i''(x_{i+1}) = S_{i+1}''(x_{i+1}) = c_{2,i+1}, \quad i=\overline{1,n-2} \end{cases} \qquad (4.10)$$

отримуємо систему лінійних алгебричних рівнянь

$$\begin{cases} y_i + c_{1i}(x_{i+1} - x_i) + c_{2i}(x_{i+1} - x_i)^2 + \\ \qquad\qquad + c_{3i}(x_{i+1} - x_i)^3 = y_i \qquad (i = 1, \overline{n-1}), \\ c_{1i} + 2c_{2i}(x_{i+1} - x_i) + 3c_{3i}(x_{i+1} - x_i)^2 = c_{1,i+1} \ (i = 1, \overline{n-2}), \\ 2c_{2i} + 6c_{3i}(x_{i+1} - x_i) = 2c_{2,i+1} \qquad (i = 1, \overline{n-2}). \end{cases} \qquad (4.11)$$

Як видно, система (4.11) визначає $3(n-1)-2$ лінійних рівняння для пошуку $3\left(n-1\right)$ невідомих. Тому необхідно систему (4.11) доповнюють двома так званими *граничними умовами* - значеннями першої або другої похідної функції $f(x)$ у точках x_1, x_n – межах проміжку інтерполяції. Якщо вони відомі, то отримана інтерполяційна схема є дуже точною. Якщо ж ці значення невідомі, то можна задати другу похідну у цих точках рівною нулю. Похибка інтерполювання за допомогою кубічного сплайну має порядок $O(h^4)$. Перевагою кубічних сплайнів перед попередньо наведеними способами інтерполяції є: по-перше, їх стійкість до процесу обчислень, і, по-друге, достатньо висока точність.

При потребі використати сплайн-інтерполяцію для таблично заданої функції діють наступним чином. Спочатку обчислюються всі коефіцієнти c_{1i}, c_{2i}, c_{3i}, а після цього визначають інтервал $\left[x_i, x_{i+1}\right]$, якому належить точка x, у якій потрібно знайти наближене значення функції $f(x)$. Після цього обчислюють наближене значення функції $f(x)$ в точці $x \in \left[x_i, x_{i+1}\right]$ за формулою (4.9) як $S_i(x)$.

Метод найменших квадратів для апроксимації функцій

Одним з найчастіше вживаних на практиці методів розв'язання задачі апроксимації функцій є метод найменших квадратів (МНК). Відмінністю від попередньо згаданих методів апроксимації функцій є те, що з певних міркувань («здоровий глузд») попередньо вибирається вигляд апроксимуючої функції $g(x,\{a\})$, а множину параметрів $\{a\}$ визначають наступним чином.

Вводиться функція від $\{a\}$ виду:

$$\Phi\left(\{a\}\right) = \sum_{i=1}^{n}\left(y_i - g\left(x_i,\{a\}\right)\right)^2 \qquad (4.12)$$

яка є фактично мірою відхилення функції $g(x,\{a\})$ від функції $f(x)$ на множині точок x_i, $i = \overline{1,n}$. Параметри $\{a\}$ визначаються з умови найменшого згаданого відхилення, тобто шукається $\min\limits_{a \in R} \Phi\left(\{a\}\right)$ у всьому просторі зміни $\{a\}$. При цьому величини $r_i = y_i - g\left(x_i,\{a\}\right)$ називають *залишковими відхиленнями* (або *залишками*) і використовують для аналізу отриманого розв'язку. Вид графіка залишків дозволяє оцінити, наскільки вдало був обраний вид апроксимуючої функції $g(x,\{a\})$. Якщо в графіку залишків спостерігається деяка функціональна закономірність (наприклад, парабола), то це означає, що цю закономірність потрібно перенести в апроксимуючу функцію. Нормальною є ситуація, коли графік залишків має випадковий характер. Слід зазначити, що метод найменших квадратів зазвичай застосовують для розв'язання задачі наближення функцій у постановці 2.

Поняття екстраполяції функцій

На відміну від задачі інтерполяції, тобто відновлення функції між вузлами, задача екстраполяції (з англ. extra - додатково) полягає в відновленні функції за межами проміжка інтерполяції. Тобто, якщо для деякої функції $f(x)$ відомо, що у впорядкованій множині точок x_i, $i=\overline{1,n}$ вона приймає, відповідно, значення y_i, $i=\overline{1,n}$, то потрібно відновити її значення при $x > x_n$ чи $x < x_1$. Така задача виникає, наприклад, при прогнозуванні в часі значень деякого показника (економічного або фізичного) на основі відомих його значень у вже минулих моментах часу. В цьому випадку x - це час, y - значення показника. Відомий набір значень y_i, $i=\overline{1,n}$ називають часовим рядом. Прикладами часових рядів є: курси деяких акцій, поквартальний обсяг виробництва, річний ВВП країни, добовий обсяг продажів, погодинний обсяг водоспоживання міста, середньорічна температура на планеті Земля та ін. У процесі розв'язання задачі екстраполяції застосовують методи апроксимації, оскільки значення y_i, як правило, містять в собі значні випадкові шуми і тому методи інтерполяції дають велику похибку наближення. Для прогнозування часових рядів, окрім апроксимації (прямі методи), застосовують і спеціальні статистичні методи (адаптивні або стохастичні).

Практичні засади методів обробки експериментальних даних, апроксимації, інтерполяції в пакеті матричних обчислень Scilab (Mathlab).

Для практичних цілей необхідно спочатку визначитися з необхідною для подальшого аналізу даних точністю. Тому для цього в Scilab є вбудовані різні інструменти інтерполювання. Зокрема, для побудови кусково-лінійної інтерполяції застосовується функція V=**interpln(z,x),** яка повертає вектор **V** значень лінійного сплайну в точці **x** по введеному попередньо масиву даних **z**. Наприклад, якщо ввести наступний масив табличних (експериментальних) даних і обчислити значення у проміжковій точці x=10:

```
-->// дані обчислення функції y=f(x)
-->x=[1 2 4 6 7 9 12 15 20 22 25 30];  // значення аргументу
-->y=[0 1 1.5 2.3 7 11 19 23 34.5 32 28 15.4]; // значення виміру
-->z=[x; y];
-->plot2d(x,y); // графік функції згідно даних обчислення
-->FFx=interpln(z; 10)
FFx  =
   13.666667
```

Далі можна також знайти інтерпольовані значення функції у цілому векторі шуканих точок **x** і для порівняння знову побудувати графік вже інтерпольованої функції

```
-->arg=0:1:30;
-->FF=interpln(z,arg);
-->plot2d(arg,FF);  // графік інтерполяційної функції (зелений пунктир на рис. 4.3)
```

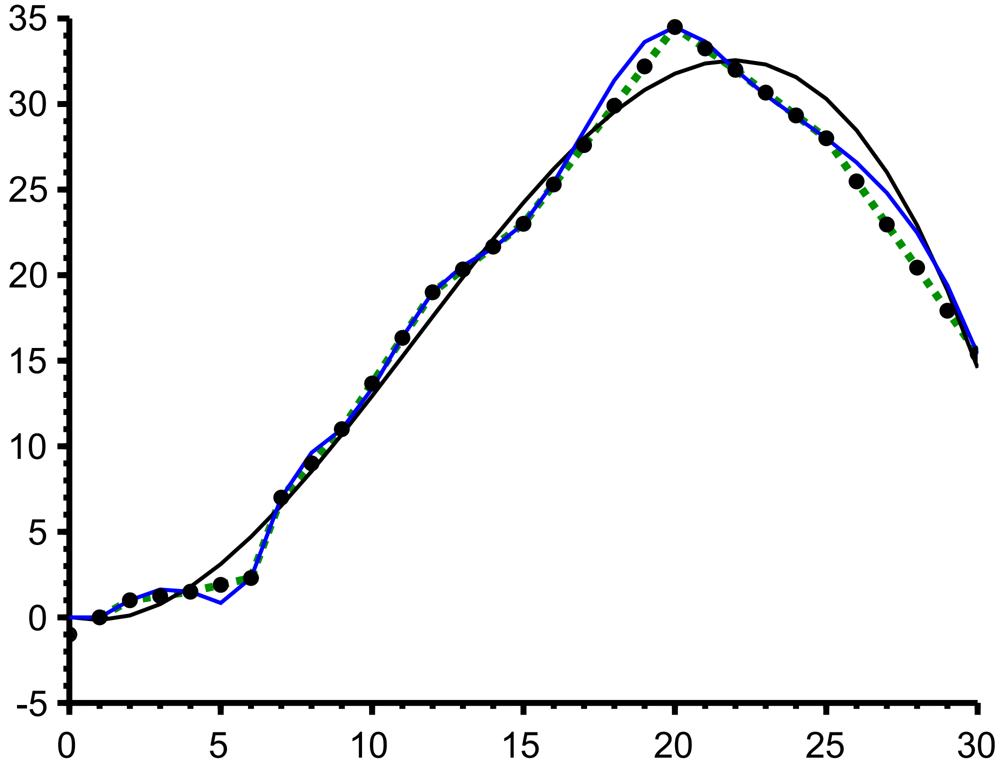

Рис. 4.3. Приклад різних варіантів інтерполювання заданої табличним чином функції: крапки – задані значення; пунктир (зелений) – кусково-лінійна; суцільна синій – кубічний сплайн; суцільна чорний – метод найменших квадратів по кубічній параболі.

Побудова кубічного сплайну в Scilab відбувається у два кроки: 1) обчислюємо коефіцієнти сплайну з допомогою функції **D=splin(x,y);** 2) розраховуємо значення інтерполяційного поліному в точці **Y=interp(t,x,y,D).** Тут **x** – строго зростаючий вектор вузлів інтерполяції, **y** – вектор значень функції у цих вузлах, **D** – розраховані функцією **splin** коефіцієнти кубічного сплайну в точках **x.**

Для прикладу розрахуємо з допомогою сплайн-інтерполяції попереднє завдання

```
-->// дані обчислення функції y=f(x)
-->x=[1 2 4 6 7 9 12 15 20 22 25 30];  // значення аргументу
-->y=[0 1 1.5 2.3 7 11 19 23 34.5 32 28 15.4]; // значення виміру
```

```
-->z=[x; y];
-->plot2d(x,y); // графік функції згідно даних обчислення
-->koef=splin(x, y);
-->arg=0:1:30;
-->FFF=interp(arg,x,y,koef);
-->plot2d(arg,FFF); // графік інтерполяційної функції (суцільна синя на рис. 4.3)
```

Помітно, що сплайн апроксимація наближає задану функцію із значно меншими похибками.

Реалізація методу найменших квадратів на практиці зводиться до мінімізації $\Phi\left(\{a\}\right)$ (4.12) з метою пошуку коефіцієнтів $\{a\}=\{a_1,a_2,...,a_n\}$. В Scilab для цього призначена функція **[a, S]=datafit(F, z, a0),** де

F – функція $\Phi\left(\{a\}\right)$, параметри якої необхідно підібрати;

z – матриця вхідних даних

a0 – вектор початкових наближень;

a – вектор шуканих коефіцієнтів;

S – сума квадратів залишкових відхилень отриманих значень від розрахункових.

Для розглянутого у попередніх прикладах завдання припустимо, що інтерполяційна функція має вигляд

$$g(x,\{a\})=a_1+a_2x+a_3x^2+a_4x^3 \qquad (4.13)$$

Тоді лістінг коду у Scilab може мати вигляд

```
-->// Підпрограма функції G
function [zr]= G(c,z) // залишки
zr=z(2)-c(1)-c(2)*z(1)-c(3)*z(1)^2-c(4)*z(1)^3
endfunction
-->// дані обчислення функції y=f(x)
-->x=[1 2 4 6 7 9 12 15 20 22 25 30];  // значення аргументу
-->y=[0 1 1.5 2.3 7 11 19 23 34.5 32 28 15.4]; // значення виміру
```

```
-->plot2d(x,y); // графік функції згідно даних обчислення
-->c=[0;0;0;0]; // початкове наближення
-->z=[x; y];
-->[c,err]=datafit(G,z,c);
-->arg=0:1:30;
-->F4=c(1)+c(2)*arg+c(3)*arg^2+c(4)*arg^3;
-->plot2d(arg,F4); // графік інтерполяційної функції
```

На рис.4.3. результатом наближення є суцільна чорна кубічна парабола. Втрата точності порівняно із сплайн-інтерполяцією доволі помітна і пояснюється тим, що у методі найменших квадратів інтерполяційною функцією (4.13) наближення відбувається в один крок по всьому проміжку інтерполяції. В той же час сплайн-інтерполяція наближає шукану функцію на значно менших проміжках.

Якщо у розпорядженні користувача немає пакету Scilab чи аналогічного, то для нескладної інтерполяції може стати у пригоді звичайний офісний Excel чи Calc. Для цього по введених даних будується точкова діаграма і додається лінія тренду, яка за замовчуванням будується за методом найменших квадратів. Але в Calc є можливість обирати варіант інтерполяції в меню (див. Рис. 4.4, 4.5). На рис.4.5 відображено результат інтерполювання кубічним сплайном.

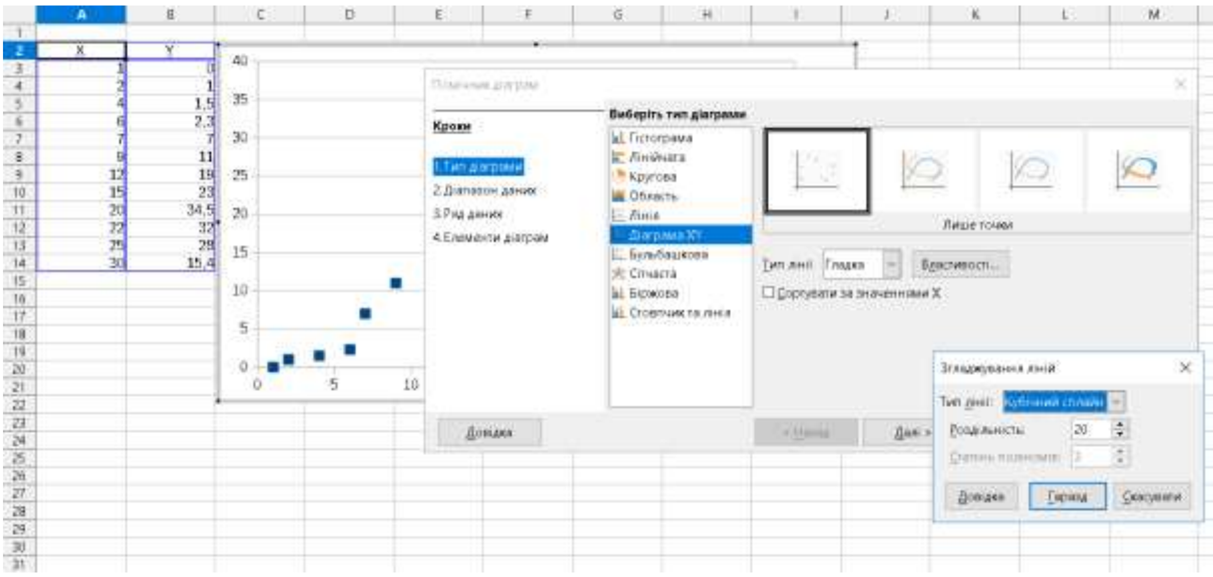

Рис. 4.4. Налаштовування виду інтерполяції в меню Libre Office Calc

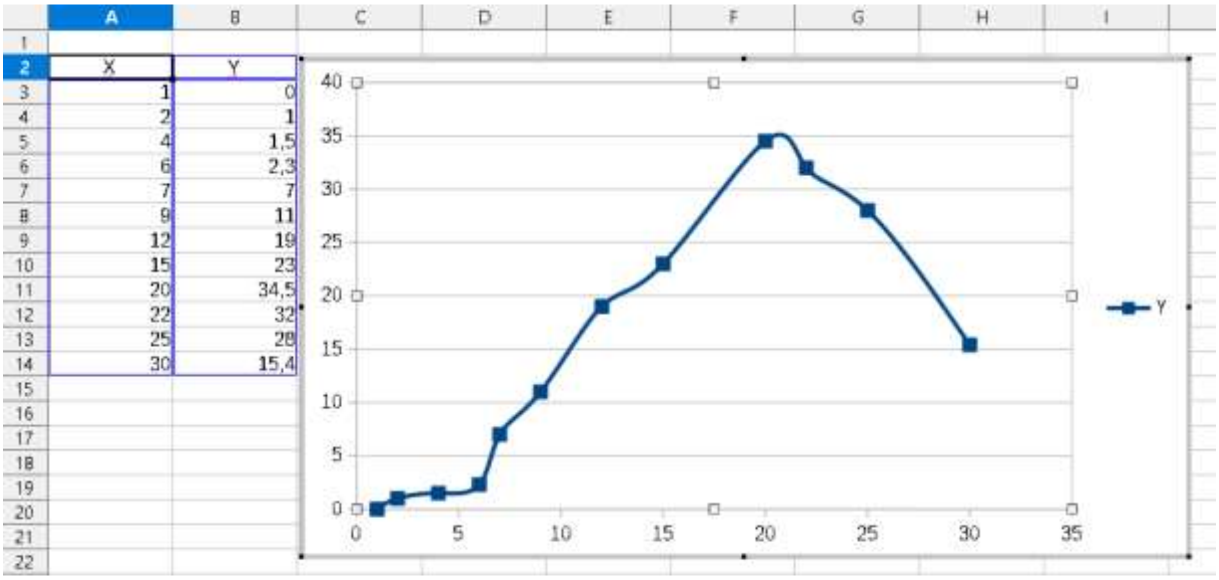

Рис. 4.5. Графік кубічного сплайну за даними попереднього прикладу в Libre Office Calc

Практичні завдання

1. Використовуючи метод найменших квадратів, підібрати найкращу апроксимацію поліномом (визначити його степінь) для функції, заданої таблицею:

x	1.6	1.8	2	2.2	2.4	2.6
y	6.6	6.7	6.2	5.7	4.3	4.4

серед функцій виду:

1) $y = a_0 + a_1 x^2$; 2) $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$; 3) $y = a_0 + a_1 \sin(a_2 x)$. Побудуйте графіки апроксимуючих функцій.

2. Побудуйте кусочно-лінійну та кусочно-квадратичну інтерполяцію для функції, заданої таблицею в попередньому завданні. Побудуйте графіки цих апроксимуючих функцій.