Додаток 1.

Якщо С – постійне число і U=U(x), V=V(x), W=W(x) – деякі диференційовані функції, то справедливі наступні правила диференціювання:

1. $C' = 0$ 2. $x' = 1$
3. $(U \pm V)' = U' \pm V'$ 4. $(CV)' = CV'$
5. $(U * V)' = U'V + V'U$ 6. $(UVW)' = U'VW + UV'W + UVW'$
7. $(\frac{U}{V})' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$ $(V \neq 0)$ 8. $(\frac{C}{U})' = \frac{CU'}{U^2}$ $(U \neq 0)$
9. $U^V = U^V * \ln U * V' + VU^{V-1} * U'$

10. Якщо y= f(U(x)) – складна функція, яка складається із диференційованих функцій, то $y_x{}' = y_U{}' U_x{}'$, або $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dU} * \frac{dU}{dx}$.

11. Якщо для функції y=f(x) існує обернена диференційована функція x = g(y) і $g'(y) \neq 0$, то $f'(x) = \frac{1}{g'(y)}$

На основі визначення похідної і правил диференціювання можна скласти таблицю похідних основних елементарних функцій:

1. $(U^\alpha)' = \alpha U^{\alpha - 1} * U'$
2. $(a^U)' = a^U \ln a * U'$
3. $(\log_a U)' = \frac{1}{U \ln a} * U'$
4. $(e^U)' = e^U * U'$
5. $(\ln U)' = \frac{1}{U} * U'$
6. $(\sin U)' = \cos U * U'$
7. $(\cos U)' = \sin U * U'$
8. $(tgU)' = \frac{1}{\cos^2 U} * U'$
9. $(ctgU)' = \frac{1}{\sin^2 U} * U'$
10. $(\arcsin U)' = \frac{1}{\sqrt{1 - U^2}} * U'$
11. $(\arccos U)' = -\frac{1}{\sqrt{1 - U^2}} * U'$
12. $(arctgU)' = \frac{1}{1 + U^2} * U'$
13. $(arcctgU)' = -\frac{1}{1 + U^2} * U'$
14. $(shU)' = chU * U'$
15. $(chU)' = shU * U'$
16. $(thU)' = \frac{1}{ch^2 U} * U'$

17. $(chU)' = -\frac{1}{sh^2U} * U'$

Відзначимо, що в поданих формулах буква U може означати як незалежну змінну x, так і неперервно-диференційовану функцію U=U(x) аргумента x.

Додаток 2.

Нехай на інтервалі (a;b) задана функція f(x).

Якщо $F'(x) = f(x)$, де $x \in (a;b)$, то функція F(x) називається первісною функцією функції f(x) на інтервалі (a;b). Довільні дві первісні додатної функції f(x) відрізняються одна від одної на довільну постійну.

Сукупність первісних F(x)+C функції f(x), де $x \in (a;b)$ C – довільна постійна, називається невизначеним інтегралом функції f(x): $\int f(x)dx = F(x) + C$.

Основні правила інтегрування:

1. $\int f'(x)dx = \int df(x) = f(x) + C$
2. $d\int f(x)dx = d(F(x) + C) = f(x)dx$
3. $\int af(x)dx = a\int f(x)dx \quad (a = const)$
4. Якщо $\int f(x)dx = F(x) + C$, то $\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a}F(ax+b) + C$ при умові, що a,b – постійні числа $a \neq 0$
5. Якщо $\int f(x)dx = F(x) + C$ і U=U(x) довільна диференційована функція, то $\int f(U)dU = F(U) + C$

На основі визначення невизначеного інтеграла, правил інтегрування і таблиці похідних основних елементарних функцій можна скласти таблицю основних невизначених інтегралів:

1. $\int U^{\alpha} dU = \frac{U^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \quad (\alpha \neq 0)$
2. $\int \frac{dU}{U} = \ln|U| + C^{-} (U \neq 0)$
3. $\int a^U dU = \frac{a^U}{\ln a} + C$
4. $\int e^U dU = e^U + C$
5. $\int \sin U dU = -\cos U + C$
6. $\int \cos U dU = \sin U + C$
7. $\int \frac{dU}{\cos^2 U} = tgU + C$
8. $\int \frac{dU}{\sin^2 U} = -ctgU + C$
9. $\int \frac{dU}{1+U^2} = arctgU + C$
10. $\int \frac{dU}{\sqrt{1-U^2}} = \arcsin U + C$

11. $\int \frac{dU}{a^2+U^2} = \frac{1}{a} arctg\, U\!\!\diagup_{a} + C = -\frac{1}{a} arcctg\, U\!\!\diagup_{a} + C \; (a \neq 0)$

12. $\int \frac{dU}{a^2-U^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| a+U\!\!\diagup_{a-U} \right| + C$

13. $\int \frac{dU}{U^2-a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| U-a\!\!\diagup_{a+U} \right| + C$

14. $\int \frac{dU}{\sqrt{a^2-U^2}} = \arcsin U\!\!\diagup_{a} + C = -\arccos U\!\!\diagup_{a} + C \; (a \rhd 0)$

15. $\int \frac{dU}{\sqrt{U^2 \pm a^2}} = \ln \left| U + \sqrt{U^2 \pm a^2} \right| + C = arcshU + C = -\, arcch + C$

16. $\int \sqrt{a^2-U^2}\, dU = U\!\!\diagup_{2} \sqrt{a^2-U^2} + a^2\!\!\diagup_{2} \arcsin U\!\!\diagup_{2} + C$

17. $\int \sqrt{U^2 \pm a^2}\, dU = U\!\!\diagup_{2} \sqrt{U^2 \pm a^2} + a^2\!\!\diagup_{2} \ln \left| U + \sqrt{U^2 \pm a^2} \right| + C$

18. $\int \frac{dU}{\sin U} = \ln \left| tg\, U\!\!\diagup_{2} \right| + C$

19. $\int \frac{dU}{\cos U} = \ln \left| tg \left(U\!\!\diagup_{2} + \pi\!\!\diagup_{4} \right) \right| + C$

20. $\int shUdU = chU + C$

21. $\int chUdU = shU + C$

22. $\int \frac{dU}{ch^2U} = thU + C$

3. $\int s \frac{dU}{ch^2U} = -cthU + C$

Інтеграли 1-23 називаються табличними. Відзначимо, що в цій таблиці буква U може означати як незалежну змінну x, так і неперервно-диференційовану функцію U=U(x) аргумента x