4. Елементи векторної алгебри

Q4.1. Що називається проекцією вектора $\overrightarrow{AB}$ на вісь $\vec{l}$?

V1. Проекцією вектора $\overrightarrow{AB}$ на вісь $\vec{l}$ називається число $np_{\vec{l}}\,\overrightarrow{AB}$, яке дорівнює довжині відрізка $A_l B_l$ між проекціями відповідно початку A і кінця B вектора на вісь $\vec{l}$.

V2. Проекцією вектора $\overrightarrow{AB}$ на вісь $\vec{l}$ називається число $np_{\vec{l}}\,\overrightarrow{AB}$, яке дорівнює довжині відрізка $A_l B_l$ між проекціями відповідно початку A і кінця B вектора на вісь $\vec{l}$, причому довжина береться зі знаком "+", якщо вектор $\overrightarrow{A_l B_l}$ співнапрямлений з віссю $\vec{l}$ $\overrightarrow{A_l B_l} \uparrow\uparrow \vec{l}$, або довжина береться зі знаком "–", якщо вектор $\overrightarrow{A_l B_l}$ напрямлений протилежно осі $\vec{l}$ $\overrightarrow{A_l B_l} \uparrow\downarrow \vec{l}$.

V3. Проекцією вектора $\overrightarrow{AB}$ на вісь $\vec{l}$ називається число $np_{\vec{l}}\,\overrightarrow{AB}$, яке дорівнює сумі довжин відрізків AA_l і BB_l , де A_l і B_l – проекції відповідно початку A і кінця B вектора $\overrightarrow{AB}$ на вісь $\vec{l}$.

V4. Проекцією вектора $\overrightarrow{AB}$ на вісь $\vec{l}$ називається вектор $np_{\vec{l}}\,\overrightarrow{AB}$, який дорівнює сумі векторів $\overrightarrow{AA_l}$ і $\overrightarrow{BB_l}$, де A_l і B_l – проекції відповідно початку A і кінця B вектора $\overrightarrow{AB}$ на вісь $\vec{l}$.

Q4.2. Чому дорівнює проекція суми $np_{\vec{l}}(\vec{a}+\vec{b})$?

V1. $np_{\vec{l}}(\vec{a}+\vec{b}) = np_{\vec{l}}\vec{a} + np_{\vec{l}}\vec{b} - 2np_{\vec{l}}\vec{a} \cdot np_{\vec{l}}\vec{b}$.

V2. $np_{\vec{l}}(\vec{a}+\vec{b}) = np_{\vec{l}}\vec{a} \cdot np_{\vec{l}}\vec{b}$.

V3. $np_{\vec{l}}(\vec{a}+\vec{b}) = np_{\vec{l}}\vec{a} + np_{\vec{l}}\vec{b}$.

V4. $np_{\vec{l}}(\vec{a}+\vec{b}) = \vec{b} \cdot np_{\vec{l}}\vec{a} + \vec{a} \cdot np_{\vec{l}}\vec{b}$.

Q4.3. Проекція $np_{\vec{a}}\vec{b}$ вектора $\vec{b}$ на вектор $\vec{a}$ дорівнює

V1. $np_{\vec{a}}\vec{b} = |\vec{a}|\sin(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b})$.

V2. $np_{\vec{a}}\vec{b} = |\vec{a}|\cos(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b})$.

V3. $np_{\vec{a}}\vec{b} = |\vec{b}|\cos(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b})$.

V4. $np_{\vec{a}}\vec{b} = |\vec{b}|\sin(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b})$.

Q4.4. Напрямні косинуси $\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma$ вектора $\vec{a}$ зв’язані співвідношенням

V1. $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$.

V2. $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = |\vec{a}|^2$.

V3. $\cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot \cos\gamma = 1$.

V4. $|\cos\alpha| + |\cos\beta| + |\cos\gamma| = 1$.

Q4.5. В якому випадку $np_{\vec{l}}\vec{a} = 0$?

V1. Вектор $\vec{a}$ паралельний до осі $\vec{l}$.

V2. Вектор $\vec{a}$ утворює з віссю $\vec{l}$ кут 30°.

V3. Вектор $\vec{a}$ утворює з віссю $\vec{l}$ кут 45°.

V4. Вектор $\vec{a}$ перпендикулярний до осі $\vec{l}$.

Q4.6. Чому дорівнюють координати вектора $\overrightarrow{AB}$, якщо відомі координати його початку $A(x_A, y_A, z_A)$ і кінця $B(x_B, y_B, z_B)$?

V1. $\overrightarrow{AB} = (x_A + x_B\,; y_A + y_B\,; z_A + z_B)$.

V2. $\overrightarrow{AB} = (x_A - x_B\,; y_A - y_B; z_A - z_B)$.

V3. $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$.

V4. $\overrightarrow{AB} = (x_A \cdot x_B\,; y_A \cdot y_B; z_A \cdot z_B)$.

Q4.7. Як обчислюється модуль (довжина) вектора

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}\ ?$$

V1. $|\vec{a}| = |a_x| + |a_y| + |a_z|$.　　　V2. $|\vec{a}| = -\sqrt{a_x{}^2 + a_y{}^2 - a_z{}^2}$.

V3. $|\vec{a}| = \sqrt{a_x{}^2 - a_y{}^2 + a_z{}^2}$.　　V4. $|\vec{a}| = \sqrt{a_x{}^2 + a_y{}^2 + a_z{}^2}$.

Q4.8. Що називається добутком $\alpha\vec{a}$ вектора $\vec{a}$ на скаляр α?

V1. Добутком вектора $\vec{a}$ на число α називається вектор $\alpha\vec{a}$, який має такі властивості: 1) $|\alpha\vec{a}| = |\alpha| \cdot |\vec{a}|$; 2) якщо $\alpha = 0$, то $0 \cdot \vec{a} = \vec{0}$; якщо $\alpha > 0$, то $\alpha\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{a}$; якщо $\alpha < 0$, то $\alpha\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{a}$.

V2. Добутком вектора $\vec{a}$ на число α називається вектор $\alpha\vec{a}$, який має такі властивості: 1) $|\alpha\vec{a}| = \alpha \cdot |\vec{a}|$; 2) якщо $\alpha = 0$, то $0 \cdot \vec{a} = \vec{0}$; якщо $\alpha > 0$, то $\alpha\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{a}$; якщо $\alpha < 0$, то $\alpha\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{a}$.

V3. Добутком вектора $\vec{a}$ на число α називається вектор $\alpha\vec{a}$, який має такі властивості: 1) $|\alpha\vec{a}| = |\alpha| \cdot |\vec{a}|$; 2) якщо $\alpha = 0$, то $0 \cdot \vec{a} = \vec{0}$; якщо $\alpha \neq 0$, то $\alpha\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{a}$.

V4. Добутком вектора $\vec{a}$ на число α називається вектор $\alpha\vec{a}$, який має такі властивості: 1) $|\alpha\vec{a}| = \alpha \cdot |\vec{a}|$; 2) якщо $\alpha = 0$, то $0 \cdot \vec{a} = \vec{0}$; якщо $\alpha \neq 0$, то $\alpha\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{a}$.

Q4.9. Довжина якого з векторів дорівнює $|\vec{a}| = 5$?

V1. $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$.   V2. $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 2\sqrt{3}\vec{k}$.

V3. $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\sqrt{3}\vec{k}$.   V4. $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$.

Q4.10. Що називається скалярним добутком $\vec{a} \cdot \vec{b}$ векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$?

V1. Скалярним добутком векторів $\vec{a}\ i\ \vec{b}$ називається число, яке дорівнює $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos(\vec{a} \,\hat{,}\, \vec{b})$.

V2. Скалярним добутком векторів $\vec{a}\ i\ \vec{b}$ називається число, яке дорівнює $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \sin(\vec{a} \,\hat{,}\, \vec{b})$.

V3. Скалярним добутком векторів $\vec{a}\ i\ \vec{b}$ називається число, яке дорівнює $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{|\vec{a}| + |\vec{b}|}$.

V4. Скалярним добутком векторів $\vec{a}\ i\ \vec{b}$ називається число, яке дорівнює $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}|\vec{b} \cos(\vec{a} \,\hat{,}\, \vec{b})$.

Q4.11. Чому дорівнює скалярний добуток $\vec{a} \cdot \vec{b}$ векторів

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} \quad \text{і} \quad \vec{b} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j} + b_z\vec{k}\,?$$

V1. $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x - a_y b_y - a_z b_z$.   V2. $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x - a_y b_y + a_z b_z$.

V3. $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_y + a_y b_z + a_z b_x$.   V4. $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$.

Q4.12. Чому дорівнює косинус кута $\varphi = \vec{a} \,\hat{,}\, \vec{b}$ між двома векторами $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$ і $\vec{b} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j} + b_z\vec{k}$?

V1. $\cos(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b}) = \dfrac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{\sqrt{a_x{}^2 + a_y{}^2 + a_z{}^2} + \sqrt{b_x{}^2 + b_y{}^2 + b_z{}^2}}$.

V2. $\cos(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b}) = \dfrac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{\sqrt{a_x{}^2 + a_y{}^2 + a_z{}^2} - \sqrt{b_x{}^2 + b_y{}^2 + b_z{}^2}}$.

V3. $\cos(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b}) = \dfrac{a_x b_x - a_y b_y - a_z b_z}{\sqrt{a_x{}^2 + a_y{}^2 + a_z{}^2} + \sqrt{b_x{}^2 + b_y{}^2 + b_z{}^2}}$.

V4. $\cos(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b}) = \dfrac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{\sqrt{a_x{}^2 + a_y{}^2 + a_z{}^2}\sqrt{b_x{}^2 + b_y{}^2 + b_z{}^2}}$.

Q4.13. Для того, щоб ненульові вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ були ортогональними (перпендикулярними) $\vec{a} \perp \vec{b}$, необхідно і достатньо, щоб

V1. $\vec{a} \cdot \vec{b} > 0$. V2. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. V3. $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$. V4. $\vec{a} \cdot \vec{b} \neq 0$.

Q4.14. Для того, щоб ненульові вектори $\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$ і $\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}$ були колінеарними (паралельними) $\vec{a} \parallel \vec{b}$, необхідно і достатньо, щоб

V1. $a_x b_y + a_y b_z + a_z b_x = 0$. V2. $a_x b_x - a_y b_y + a_z b_z \neq 0$.

V3. $\dfrac{a_x}{b_x} \neq \dfrac{a_y}{b_y} \neq \dfrac{a_z}{b_z}$. V4. $\dfrac{a_x}{b_x} = \dfrac{a_y}{b_y} = \dfrac{a_z}{b_z}$.

Q4.15. Які два вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ ортогональні (перпендикулярні)?

V1. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} - 3\vec{k} \end{cases}$. V2. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k} \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k} \end{cases}$. V4. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \\ \vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k} \end{cases}$.

Q4.16. Які два вектори утворюють між собою гострий кут $(\cos\varphi > 0)$?

V1. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k} \\ \vec{b} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k} \end{cases}$. V2. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k} \\ \vec{b} = \vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k} \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k} \end{cases}$. V4. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k} \\ \vec{b} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k} \end{cases}$.

Q4.17. Які два вектори утворюють між собою тупий кут $(\cos\varphi < 0)$?

V1. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = 3\vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k} \end{cases}$. V2. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = \vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k} \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k} \end{cases}$. V4. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k} \end{cases}$.

Q4.18. Для яких двох векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ кут φ між ними дорівнює $\varphi = \pi/3$ $(\cos\varphi = \cos(\pi/3) = 1/2)$?

V1. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{i} + \sqrt{3}\vec{k} \\ \vec{b} = \sqrt{2}\vec{i} + \sqrt{3}\vec{j} \end{cases}$. V2. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{j} - \sqrt{3}\vec{k} \\ \vec{b} = \sqrt{6}\vec{i} + \sqrt{3}\vec{j} \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{i} - \sqrt{3}\vec{k} \\ \vec{b} = 2\vec{j} + \sqrt{3}\vec{k} \end{cases}$. V4. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{j} + \sqrt{3}\vec{k} \\ \vec{b} = \sqrt{6}\vec{i} + \sqrt{3}\vec{k} \end{cases}$.

Q4.19. Які два вектори колінеарні (паралельні)?

V1. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k} \\ \vec{b} = 4\vec{i} + 6\vec{j} + 8\vec{k} \end{cases}$. V2. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k} \\ \vec{b} = 4\vec{i} - 6\vec{j} - 8\vec{k} \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k} \\ \vec{b} = -4\vec{i} + 6\vec{j} - 8\vec{k} \end{cases}$. V4. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k} \\ \vec{b} = 4\vec{i} - 6\vec{j} - 8\vec{k} \end{cases}$.

Q4.20. Який з векторів утворює з віссю Ox напрямний кут $\alpha = 60^\circ$ $\left(\cos\alpha = a_x / |\vec{a}|, \quad \cos 60^\circ = 1/2\right)$?

V1. $\vec{a} = \vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} + 4\vec{k}$. V2. $\vec{a} = \sqrt{2}\vec{i} + \sqrt{3}\vec{j} + \sqrt{3}\vec{k}$.

V3. $\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j} + \sqrt{2}\vec{k}$. V4. $\vec{a} = \vec{i} + 2\sqrt{2}\vec{j} + \sqrt{3}\vec{k}$.

Q4.21. Який з векторів утворює з віссю Oy напрямний кут $\beta = 45^\circ$ $\left(\cos\beta = a_y / |\vec{a}|, \quad \cos 45^\circ = \sqrt{2}/2\right)$?

V1. $\vec{a} = \sqrt{2}\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$. V2. $\vec{a} = \vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} + \vec{k}$.

V3. $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + \sqrt{2}\vec{k}$. V4. $\vec{a} = -\vec{i} + \vec{j} + \sqrt{2}\vec{k}$.

Q4.22. Який з векторів утворює з віссю Oz напрямний кут $\gamma = 30^\circ$ $\left(\cos\gamma = a_z / |\vec{a}|, \quad \cos 30^\circ = \sqrt{3}/2\right)$?

V1. $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + \sqrt{3}\vec{k}$. V2. $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + \sqrt{3}\vec{k}$.

V3. $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{i} - \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j} + \sqrt{3}\vec{k}$. V4. $\vec{a} = \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} - \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j} + \sqrt{2}\vec{k}$.

Q4.23. Що називається векторним добутком $\vec{a} \times \vec{b}$ вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b}$?

V1. Векторним добутком $\vec{a} \times \vec{b}$ називається вектор $\vec{c}$, який задовольняє умовам: 1) $|\vec{c}| = |\vec{a}||\vec{b}| \sin(\vec{a} \,\hat{,}\, \vec{b})$; 2) $\vec{c} \perp \vec{a}$, $\vec{c} \parallel \vec{b}$; 3) якщо вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ відкласти від однієї точки, то з кінця вектора $\vec{c}$ найкоротший поворот вектора $\vec{a}$ до суміщення з вектором $\vec{b}$ видно здійснюваним проти ходу годинникової стрілки.

V2. Векторним добутком $\vec{a} \times \vec{b}$ називається вектор $\vec{c}$, який задовольняє умовам: 1) $|\vec{c}| = |\vec{a}||\vec{b}| \cos(\vec{a} \,\hat{,}\, \vec{b})$; 2) $\vec{c} \perp \vec{a}$, $\vec{c} \perp \vec{b}$;

3) якщо вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ відкласти від однієї точки, то з кінця вектора $\vec{c}$ найкоротший поворот вектора $\vec{a}$ до суміщення з вектором $\vec{b}$ видно здійснюваним проти ходу годинникової стрілки.

V3. Векторним добутком $\vec{a} \times \vec{b}$ називається вектор $\vec{c}$, який задовольняє умовам: 1) $|\vec{c}| = |\vec{a}||\vec{b}| \sin(\vec{a} \,\hat{,}\, \vec{b})$; 2) $\vec{c} \perp \vec{a}$, $\vec{c} \perp \vec{b}$;

3) якщо вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ відкласти від однієї точки, то з кінця вектора $\vec{c}$ найкоротший поворот вектора $\vec{a}$ до суміщення з вектором $\vec{b}$ видно здійснюваним проти ходу годинникової стрілки.

V4. Векторним добутком $\vec{a} \times \vec{b}$ називається вектор $\vec{c}$, який задовольняє умовам: 1) $|\vec{c}| = |\vec{a}||\vec{b}| \sin(\vec{a} \,\hat{,}\, \vec{b})$; 2) $\vec{c} \perp \vec{a}$, $\vec{c} \perp \vec{b}$;

3) якщо вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ відкласти від однієї точки, то з кінця вектора $\vec{c}$ найкоротший поворот вектора $\vec{a}$ до суміщення з вектором $\vec{b}$ видно здійснюваним за ходом годинникової стрілки.

Q4.24. Векторний добуток $\vec{a} \times \vec{b}$ векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ дорівнює нулю, якщо

V1. Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ перпендикулярні $(\vec{a} \perp \vec{b})$.

V2. Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ колінеарні $\vec{a} \parallel \vec{b}$.

V3. Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ утворюють між собою кут $\vec{a} \,\hat{,}\, \vec{b} = \pi/4$.

V4. Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ утворюють між собою кут $\vec{a} \,\hat{,}\, \vec{b} = \pi/6$.

Q4.25. Чому дорівнює векторний добуток $\vec{a} \times \vec{b}$ векторів

$$\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k} \quad \text{і} \quad \vec{b}=b_x\vec{i}+b_y\vec{j}+b_z\vec{k}\,?$$

V1. $\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ a_x & a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\end{vmatrix}$.   V2. $\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ b_x & b_y & b_z\\ a_x & a_y & a_z\end{vmatrix}$.

V3. $\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ a_x & -a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\end{vmatrix}$.   V4. $\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i} & b_x & a_x\\ \vec{j} & b_y & a_y\\ \vec{k} & b_z & a_z\end{vmatrix}$.

Q4.26. Модуль (довжина) векторного добутку $\vec{a}\times\vec{b}$ дорівнює

V1. $|\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{a}||\vec{b}|\sin(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b})$.   V2. $|\vec{a}\times\vec{b}|=\dfrac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|}\sin(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b})$.

V3. $|\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b})$.   V4. $|\vec{a}\times\vec{b}|=\dfrac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}\sin(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b})$.

Q4.27. Як розташований векторний добуток $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{c}$ по відношенню до векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$?

V1. $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{c}\perp\vec{a}\,;\,\vec{c}\parallel\vec{b}$.   V2. $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{c}\parallel\vec{a}\,;\,\vec{c}\parallel\vec{b}$.

V3. $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{c}\parallel\vec{a}\,;\,\vec{c}\perp\vec{b}$.   V4. $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{c}\perp\vec{a}\,;\,\vec{c}\perp\vec{b}$.

Q4.28. Для якої пари векторів площа паралелограма, побудованого на них, як на сторонах, дорівнює $S=\sqrt{26}$ кв.од.?

V1. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}\\ \vec{b}=2\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}\end{cases}$.   V2. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}\\ \vec{b}=2\vec{i}+\vec{j}+3\vec{k}\end{cases}$.

V3. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}\\ \vec{b}=2\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}\end{cases}$.   V4. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}\\ \vec{b}=2\vec{i}+\vec{j}-3\vec{k}\end{cases}$.

Q4.29. Для якої пари векторів векторний добуток $\vec{a}\times\vec{b}$ колінеарний (паралельний) до вектора $\vec{c}=8\vec{i}-2\vec{j}-6\vec{k}$?

V1. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}\\ \vec{b}=2\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}\end{cases}$.   V2. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}+3\vec{j}+\vec{k}\\ \vec{b}=2\vec{i}-\vec{j}-3\vec{k}\end{cases}$.

V3. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}\\ \vec{b}=2\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}\end{cases}$.   V4. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}\\ \vec{b}=-2\vec{i}+\vec{j}-3\vec{k}\end{cases}$.

Q4.30. Для якої пари векторів їх векторний добуток $\vec{a}\times\vec{b}$ дорівнює нулю?

V1. $\begin{cases}\vec{a}=2\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}\\ \vec{b}=4\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}\end{cases}$.   V2. $\begin{cases}\vec{a}=2\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}\\ \vec{b}=4\vec{i}-2\vec{j}+4\vec{k}\end{cases}$.

V3. $\begin{cases}\vec{a}=2\vec{i}+3\vec{j}-2\vec{k}\\ \vec{b}=3\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}\end{cases}$.   V4. $\begin{cases}\vec{a}=2\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}\\ \vec{b}=6\vec{i}+3\vec{j}-3\vec{k}\end{cases}$.

Q4.31. Для якої пари векторів їх векторний добуток $\vec{a}\times\vec{b}$ ортогональний (перпендикулярний) до вектора $\vec{c}=2\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$?

V1. $\begin{cases}\vec{a}=3\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}\\ \vec{b}=2\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}\end{cases}$.   V2. $\begin{cases}\vec{a}=3\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}\\ \vec{b}=2\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}\end{cases}$.

V3. $\begin{cases}\vec{a}=3\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}\\ \vec{b}=4\vec{i}+4\vec{j}-2\vec{k}\end{cases}$.   V4. $\begin{cases}\vec{a}=2\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}\\ \vec{b}=4\vec{i}+4\vec{j}-\vec{k}\end{cases}$.

Q4.32. Чому дорівнює мішаний добуток $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}$ трьох векторів

$\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}$, $\vec{b}=b_x\vec{i}+b_y\vec{j}+b_z\vec{k}$ і $\vec{c}=c_x\vec{i}+c_y\vec{j}+c_z\vec{k}$?

V1. $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}=\begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$. V2. $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}=\begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ c_x & c_y & c_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$.

V3. $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}=\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$. V4. $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}=\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$.

Q4.33. В якому випадку мішаний добуток трьох векторів $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}$ дорівнює нулю?

V1. Вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ взаємно перпендикулярні.

V2. Вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ лінійно незалежні.

V3. Вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ – компланарні (розташовані в одній площині або в паралельних площинах).

V4. Вектор $\vec{a}+\vec{b}$ перпендикулярний до вектора $\vec{c}$.

Q4.34. Для якої трійки векторів $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ їх мішаний добуток $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}$ дорівнює нулю?

V1. $\begin{cases} \vec{a}=\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k} \\ \vec{b}=2\vec{i}-3\vec{j}+2\vec{k} \\ \vec{c}=3\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k} \end{cases}$. V2. $\begin{cases} \vec{a}=\vec{i}+\vec{j}-\vec{k} \\ \vec{b}=2\vec{i}-3\vec{j}+2\vec{k} \\ \vec{c}=3\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k} \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} \vec{a}=\vec{i}+\vec{j}-\vec{k} \\ \vec{b}=2\vec{i}-3\vec{j}+3\vec{k} \\ \vec{c}=3\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k} \end{cases}$. V4. $\begin{cases} \vec{a}=\vec{i}+\vec{j}-\vec{k} \\ \vec{b}=\vec{i}-3\vec{j}+2\vec{k} \\ \vec{c}=2\vec{i}-2\vec{j}+3\vec{k} \end{cases}$.

Q4.35. Для якої трійки векторів $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ їх мішаний добуток $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}$ додатний?

V1. $\begin{cases} \vec{a} = 3\vec{i} \\ \vec{b} = 2\vec{i} - 5\vec{j} \\ \vec{c} = \vec{i} + \vec{j} - 6\vec{k} \end{cases}$. V2. $\begin{cases} \vec{a} = 3\vec{i} \\ \vec{b} = 2\vec{i} + 5\vec{j} \\ \vec{c} = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} \vec{a} = 3\vec{i} \\ \vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{j} \\ \vec{c} = \vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k} \end{cases}$. V4. $\begin{cases} \vec{a} = -2\vec{i} \\ \vec{b} = 2\vec{i} - 5\vec{j} \\ \vec{c} = \vec{j} + \vec{i} - 4\vec{k} \end{cases}$.

Q4.36. Для якої трійки векторів $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ їх мішаний добуток $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$ від’ємний?

V1. $\begin{cases} \vec{a} = 3\vec{i} \\ \vec{b} = 2\vec{i} - 5\vec{j} \\ \vec{c} = \vec{i} + \vec{j} - 6\vec{k} \end{cases}$. V2. $\begin{cases} \vec{a} = 3\vec{i} \\ \vec{b} = 2\vec{i} - 5\vec{j} \\ \vec{c} = \vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k} \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} \vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = \vec{j} + 2\vec{k} \\ \vec{c} = 5\vec{k} \end{cases}$. V4. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = -\vec{j} + \vec{k} \\ \vec{c} = -5\vec{k} \end{cases}$.

Q4.37. Яка трійка векторів $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ є ребрами паралелепіпеда, об’єм якого дорівнює $V = 2$ куб.од.?

V1. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{i} + \vec{k} \\ \vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} \\ \vec{c} = \vec{j} + \vec{k} \end{cases}$. V2. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{i} - \vec{k} \\ \vec{b} = \vec{j} + \vec{k} \\ \vec{c} = \vec{i} + \vec{k} \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{i} + \vec{k} \\ \vec{b} = 2\vec{j} - \vec{k} \\ \vec{c} = \vec{i} - 2\vec{k} \end{cases}$. V4. $\begin{cases} \vec{a} = 3\vec{i} + \vec{k} \\ \vec{b} = \vec{j} - \vec{k} \\ \vec{c} = \vec{i} + \vec{j} \end{cases}$.

Q4.38. Які три вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ утворюють базис у тривимірному просторі?

V1. Вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ утворюють у просторі базис, якщо вони лінійно залежні.

V2. Вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ утворюють у просторі базис, якщо їх мішаний добуток $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}=0$.

V3. Вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ утворюють у просторі базис, якщо $\vec{a}\parallel\vec{b}\parallel\vec{c}$.

V4. Вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ утворюють у просторі базис, якщо вони лінійно незалежні.

Q4.39. Яка трійка векторів $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ лінійно незалежна?

V1. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k}\\ \vec{b}=2\vec{i}-4\vec{j}+\vec{k}\\ \vec{c}=3\vec{i}-3\vec{j}+3\vec{k}\end{cases}$.

V2. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}\\ \vec{b}=5\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}\\ \vec{c}=4\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}\end{cases}$.

V3. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}\\ \vec{b}=2\vec{i}-4\vec{j}+\vec{k}\\ \vec{c}=4\vec{i}-3\vec{j}+2\vec{k}\end{cases}$.

V4. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}+3\vec{j}+\vec{k}\\ \vec{b}=3\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k}\\ \vec{c}=4\vec{i}+4\vec{j}+3\vec{k}\end{cases}$.

Q4.40. Яка трійка векторів $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ лінійно залежна?

V1. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+3\vec{k}\\ \vec{b}=\vec{i}+2\vec{j}-5\vec{k}\\ \vec{c}=2\vec{i}+3\vec{j}+2\vec{k}\end{cases}$.

V2. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}\\ \vec{b}=2\vec{i}+\vec{j}-4\vec{k}\\ \vec{c}=3\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}\end{cases}$.

V3. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}\\ \vec{b}=\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}\\ \vec{c}=2\vec{i}+3\vec{j}+\vec{k}\end{cases}$.

V4. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}\\ \vec{b}=6\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}\\ \vec{c}=5\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}\end{cases}$.

Q4.41. Яка трійка векторів $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ утворює базис у просторі?

V1. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{i} + \vec{k} \\ \vec{b} = \vec{j} + \vec{k} \\ \vec{c} = \vec{i} - \vec{k} \end{cases}$.

V2. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{i} + 2\vec{k} \\ \vec{b} = \vec{j} + \vec{k} \\ \vec{c} = \vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{j} + 2\vec{k} \\ \vec{b} = \vec{i} - 2\vec{k} \\ \vec{c} = \vec{i} + \vec{j} \end{cases}$.

V4. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{i} + \vec{k} \\ \vec{b} = \vec{j} - \vec{k} \\ \vec{c} = \vec{i} + \vec{j} \end{cases}$.